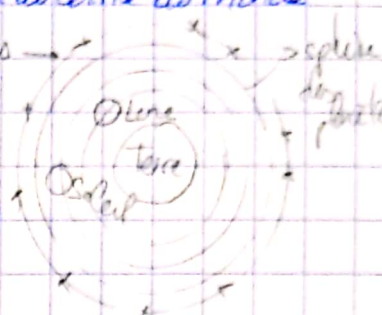


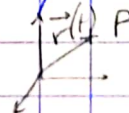
# Chapitre 1: La Mécanique

## I. Quelques repères historiques

- Début "science" ~ 600 av JC ("miracle grec": interprétation rationnelle des phénomènes)
  - Aristote ~ -350 av JC: Cosmos = monde géocentrique avec Terre au centre du monde
    - région supralunaire: région des mut éternels
    - région sublunaire (au dessous de la lune): qd on voit qd change
      - en mut, le mut naît, se déplace et meurt
      - mut naturel: mut des graves (objets pesants) contre Terre
      - mut violent: nécessite forces
- 
- Ptolémée ~ +200 ap JC: synthèse H travail ds une oeuvre => ref 1500 ans sur mut-planètes
  - Mécanique moderne
    - Copernic (début 15<sup>e</sup> s.): modèle héliocentrique (S au centre monde) => mut de Terre
    - Galilée (début 17<sup>e</sup> s.): principe d'inertie (explique pk on ressent qd mut Terre) (anneau + satellite)
    - Descartes (début 17<sup>e</sup> s.): mut rectiligne uniforme du "monde"
  - Début de la math (H les phénomènes peuvent être décrits avec maths)
  - Newton (fin 17<sup>e</sup> - début 18<sup>e</sup>): 3 lois mut ⊕ loi gravitation universelle
  - Les continuatours
    - 18<sup>e</sup> s: D'Alembert, Hamilton, Lagrange
    - 19<sup>e</sup> s: Laplace, Hamilton
    - 20<sup>e</sup> s: Einstein (relativité restreinte 1905 - relat gen 1915), Poincaré (syst dynamique)

## II. Cinématique ~ décrit mut particule ds espace-temps

→ vitesse  $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} \right)$



→ accélération  $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} \right)$  (taux de variation de  $\vec{v}$ )

Coordonnées polaires:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta \\ \vec{a} &= (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) \vec{e}_\theta\end{aligned}$$

$$(d\vec{e}_r = d\theta \vec{e}_\theta \quad d\vec{e}_\theta = -d\theta \vec{e}_r)$$

### III - Éléments cinétiques

- Centre d'inertie d'un système (I)  $\equiv$  barycentre des  $A_i$  affecté des masses  $m_i$   

$$\vec{OI} = \frac{\sum m_i \vec{OA}_i}{\sum m_i} \text{ avec } M = \sum m_i = \text{masse tot} \rightarrow \boxed{\vec{OI} = \sum_i \frac{m_i}{M} \vec{OA}_i}$$
- (cas continu  $\delta m_i = \rho(A) d\tau$ )  $\rightarrow \vec{OI} = \frac{\int \rho(A) \vec{OA} d\tau}{M}$
- Centre de gravité G :  $\sum_i \vec{M}_G(\vec{P}_i) = \vec{0} \Leftrightarrow \boxed{\sum G \vec{A}_i \wedge m_i \vec{g}(A_i) = \vec{0}}$   
 $G \equiv I$  si  $\vec{g}$  uniforme
- Ref barycentrique  $R^* \equiv$  ref I et translation uniforme / ref l'axe (d'hs galiléen)
- Quantité de mot :  $\boxed{\vec{p} = \sum_i m_i \vec{v}_i} \quad (\vec{p}^* = \vec{0})$
- Moment cinétique / point O du ref  $\boxed{\vec{L}_O = \sum \vec{OA}_i \wedge m_i \vec{v}_i}$   
 • Si solide en rotation autour  
 axe fixe ( $\Delta$ ) (symbole solide) à la vitesse angulaire  $\vec{\Omega} \Rightarrow \vec{L}_O = I_\Delta \vec{\Omega}$   
 $I_\Delta = \sum \delta m_i r_i^2 = \int \rho(A) HA^2 d\tau$  Le moment d'inertie /  $\Delta$
- Énergie cinétique :  $\boxed{E_c = \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i^2}$  / rot /  $\Delta$  fixe ds  $R^*$   $\boxed{E_c = \frac{1}{2} I_\Delta \vec{\Omega}^2}$

### Théorèmes de Koenig

$$\begin{aligned} \bullet E_c &= E_c^* + \frac{1}{2} M \vec{v}(I)^2 & \vec{v}(I) &= \text{vitesse I/R} \\ \bullet \vec{L}_O &= \vec{L}^* + \vec{OI} \wedge \vec{p} & \vec{p} &= M \vec{v}(I) \equiv \vec{p}_{\text{tot}} \end{aligned}$$

### IV - Les théorèmes généraux

#### 1. Théorème du centre d'inertie (TCI)

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_i \vec{F}_{\text{ext},i}} \quad \begin{aligned} &\text{si syst masse ext} \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} \\ &\text{si syst isolé} \Rightarrow \vec{F}_{\text{ext},i} = \vec{0} \rightarrow \text{conservation de } \vec{p} \end{aligned}$$

#### 2. Théorème du moment cinétique (TMC)

- 1<sup>re</sup> version : TMC / point fixe O R galiléen  
 avec  $\vec{M}_O(\vec{F}_{\text{ext},i}) = \vec{OA}_i \wedge \vec{F}_{\text{ext},i}$  (bras de levier)

$$\boxed{\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum_i \vec{M}_O(\vec{F}_{\text{ext},i})}$$

→ 2<sup>ème</sup> version:  $\frac{dL^*}{dt} = \sum_i M_i (\vec{F}_{ext,i}, \text{vrais})$

### 3. Théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_c = \sum_i W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_i) \quad \Delta H \text{ forces int et ext} \quad W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_i) = \int_A^B \vec{F}_i \cdot d\vec{l}_i$$

Forces conservatives:  $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_i) = E_p(A) - E_p(B) = -\Delta E_p$   
 $\hookrightarrow \exists \Delta E_p / \text{de façon infinitésimale} \quad \delta W(\vec{F}_i) = -dE_p \Rightarrow \vec{F}_i = -\text{grad} E_p$

Cas général:  $\Delta E_c = \sum W_c + \sum W_{nc} \Rightarrow \Delta E_m = W_{nc} \quad (E_m = E_c + E_p)$

Par transfo infinitésimale:  $dE_m = \sum_i \delta W_{nc} + \left\{ \begin{array}{l} d\vec{l}_i = \vec{v}(B_i) dt \\ (\vec{F}_{nc,i} \cdot \vec{v}(B_i)) = P_i \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = \sum P_{nc}$

### 4. Référentiels non galiléens

→  $R_2$  en translation /  $R_1$   $\left. \frac{d\vec{p}}{dt} \right|_{R_2} = \sum \vec{F} + \vec{f}_{ie}(M)$

$$\vec{f}_{ie}(M) = -m \vec{a}_e(M) = -m \vec{a}(R_2/R_1) = -m \frac{d^2 \vec{O}_1 \vec{O}_2}{dt^2} \quad (\text{force d'inertie d'accélération})$$

→  $R_2$  en rotation autour d'un axe /  $R_1$   $\left. \frac{d\vec{p}}{dt} \right|_{R_2} = \sum \vec{F} + \vec{f}_{ie}(M) + \vec{f}_{cc}(M)$

$$\vec{f}_{ie}(M) = -m \vec{a}_e(M) = \underbrace{m \Omega^2 \vec{HM}}_{\text{force d'inertie centrifuge}} - m \frac{d\vec{\Omega}(R_2/R_1)}{dt} \wedge \vec{OM}$$

avec  $H$  projeté orthogonal de  $M$  sur  $O_2$

$$\vec{f}_{cc}(M) = -2m \vec{\Omega}(R_2/R_1) \wedge \vec{v}_{R_2}(M)$$

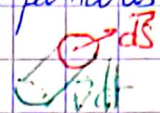
Accélération de Coriolis.

# Diffusion de particules

Flux

$$\phi_n = \frac{dN_n}{dt}$$

$$\phi_n = \iint_{(S)} \vec{j}_d \cdot d\vec{S}$$

$dN_n$  : nbre algébrique de particules qui traversent (S) entre t et t+dt  
 $= \iint_{(S)} n \frac{dV}{dt} d\vec{S}$    $dV$  : volume élémentaire.

$\vec{j}_d$  : vecteur densité de courant de diffusion.  $[m^{-2}s^{-1}]$

## Equation de conservation du nombre de particules

Les particules se conservent  $\Rightarrow \underline{N(t+dt) - N(t)} = \delta N_{entrant} - \phi_{entrant} dt = \oint_S \vec{j}_d \cdot (-d\vec{S}) dt = \text{Green}$   
 Ostrogradski

$$\iiint_{(V)} [n(t+dt) - n(t)] dV = \iiint_{(V)} \frac{\partial n}{\partial t} dt dV$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div } \vec{j}_d = 0$$

(hyp:  $\phi$  création, ni disparition)

## Loi de Fick

$$\vec{j}_d = -D \text{grad } n \quad \text{avec } D \text{ coeff de diffusion. } [m^2s^{-2}]$$

la diffusion se fait fvs des fortes concentrations vers les faibles.

petites molécul  $D \approx 10^{-6}$  à  $10^{-4} m^2s^{-1}$ , liq  $D \approx 10^{-10}$  à  $10^{-8} m^2s^{-1}$ , impuretés sol  $D \approx 10^{-20}$  à  $10^{-12} m^2s^{-1}$

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D \Delta n = 0$$

eq linéaire, diffusion = irréversible

# Diffusion Thermique.

## 3 processus de transfert thermique.

- diffusion: transfert thermique dû à une température inhomogène sous mouvement macroscopique du milieu
- convection: transfert thermique associé à un mouvement macroscopique du milieu
- rayonnement: transfert thermique associé à propagation d'un champ électromagnétique (possible dans le vide).

## Diffusion thermique

$$\phi_{th} = \frac{\delta Q}{dt}$$

$$\phi_{th} = \iint_{(S)} \vec{j}_q \cdot d\vec{S}$$

= flux thermique à travers (S)

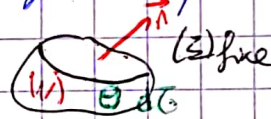
hyp: localement il y a eq thermique  $\Rightarrow$  température locale  $T(M,t)$

$\vec{j}_q$  = vecteur densité de courant de diffusion thermique [ $W.m^{-2}$ ]

## Equation locale de conservation de l'énergie.

hyp: -  $P = \text{const}$  - diffusion = seul mode de transfert thermique -  $\phi$  continue W que W pressur

1<sup>er</sup> principe thermo  $\Rightarrow dH = \delta Q_{\text{reçu}} + 0$



$$\text{Or } dH = \iint_{(V)} \rho dV c_p (T(M,t+dt) - T(M,t)) = \iint_{(V)} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dt dV$$

$$\delta Q_{\text{reçu}} = \delta Q_{\text{entrant à travers } (\Sigma)} = \phi_{th, \text{entrant}} dt = \oint_{\Sigma} \vec{j}_q \cdot (-d\vec{S}) = - \iint \text{div}(\vec{j}_q) c dV dt$$

$$\Rightarrow \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div}(\vec{j}_q) = 0$$

## Loi de Fourier

$$\vec{j}_q = -\lambda \text{grad } T$$

avec  $\lambda$ : conductivité thermique [ $W.m^{-1}.K^{-1}$ ]  
 $\sim 10^2$  SI (mécan)  $1$  SI (therm)  $10^{-2}$  SI (therm)

Milieu uniforme  $\Rightarrow \lambda = \text{const}$

$$\Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} - h \Delta T = 0$$

$$\text{avec } h = \frac{\lambda}{\rho c}$$

diffusivité thermique [ $m^2.s^{-1}$ ]  
 $\sim 10^{-4}$  (mécan)  $7.5 \cdot 10^{-8}$  (therm)

## Résistance thermique

$$R_{th} = \frac{1}{\lambda} \frac{l}{S}$$

[ $K.W^{-1}$ ]

→ Circulaire et irréversible.

$$\phi_{th,1 \rightarrow 2} = \frac{T_1 - T_2}{R_{th}}$$

$10^{-6}$  J/g  
 s'additionnent en série

## Conductance thermique

$$G_{th} = \frac{1}{R_{th}}$$

→ s'additionnent en //

# Thermodynamique.

## I. Description d'un système thermodynamique.

### 1. Les états de la matière.

Phase solide: état compact de la matière, distances inter-atomiques très faibles, forces d'interaction assurent rigidité et cohésion  $\Rightarrow$  volume = cst

Phase liquide: les atomes peuvent se déplacer: vol quasi constant mais prend forme récipient

Phase gazeuse: mouvement désordonné des atomes (grandes distances inter-atomes)  $\Rightarrow$  gaz peut se dilater, occupe tout volume disponible.

Etat condensé:  $V = \text{cst}$ ,  $\rho_l$  et  $\rho_s$  quasi-incompressible.

Etat fluide:  $\rho_g$  et  $\rho_l$  car déformables.

Libre parcours moyen: distance moyenne parcourue par les constituants d'un fluide entre deux chocs successifs.  $\lambda_p = \bar{v}_{\text{moy}} \cdot \Delta t$

Echelle macro: thermodynamique = syst défini par  $T, P$   $\lambda_p \ll$  échelle caractéristique

Echelle micro: étude de chaque mol  $\Rightarrow V_{\text{stat}} \Rightarrow$  volume très réduit ( $\lambda_p^3$ ) et durée très courte.

Echelle méso: intermédiaire, matière vue de façon collective  $V_{\text{stat}} \ll V \ll L$

Densité volumique molaire:  $n_v = \frac{N}{V}$  = nbre mol par unité vol =  $\frac{n N_A}{V_m} = \frac{N_A}{V_m}$   $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$

### 2. Etude d'un système thermodynamique.

Syst thermo: partie univers délimitée par parois réelles ou imaginaires

Isolé: aucun transfert avec milieu ext

Fermé: aucun transfert de matière (n conservée)

Ouvert: transfert de matière.

Variables d'état: grandeurs macroscopiques décrivent l'état d'un syst lors d'une évolution.

- intensive ne dépend pas de la taille du syst
- extensive dépend de la taille du syst

Equilibre: pendant durée, les variables d'état restent stationnaires (ou quasi) et syst au contact avec ext.

## II - Notion de pression dans un fluide

Force élémentaire de pression:  $d\vec{F}(M) = P(M) dS(M) \vec{n}(M)$

Loi fondamentale de l'hydrostatique:  $\vec{\text{grad}} P = \rho(M) \vec{g}$

→ fluide incompressible  $P(y) = P_0 - \rho_0 g y$

→ atmosphère isotherme  $P(y) = P_0 \exp\left[\frac{-M_0}{RT_0} y\right]$

Poussée d'Archimède:  $\vec{F}_p - \vec{\pi} = -\rho V \vec{g}$   $\rho V =$  masse de fluide déplacé.

## III - Caractérisation des propriétés d'un gaz

### 1 - Hypothèses de la théorie cinétique des gaz

Modèle du gaz parfait:

- soit les 2 lois de Joules.
- mol assimilées à sphères dures dont diamètre  $\ll$  distance qui les sépare.
- collision élastiques  $\rightarrow$  conservation  $E_c$  et  $p$
- chaos moléculaire à l'éq statique.

Vitesse quadratique moyenne:  $\bar{v} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

$R = N_A \cdot k_B = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$   
 $k_B = \text{const de Boltzmann} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

$$E_c = \frac{1}{2} N \cdot m \cdot \bar{v}^2$$

$$L = \frac{\sum m v^2}{N}$$

Loi de densité dans l'atmosphère isotherme.

$$n_v(y) = P(y) \cdot \frac{1}{k_B T} = n_v(0) e^{-y/H} = n_v(0) e^{-mgy/k_B T}$$

$E_m = k_B T \equiv$  énergie agitation thermique

$E_{pm} = mgy \equiv$  potentielle linéaire  $\Rightarrow n_v(y) = n_v(0) e^{-E_{pm}/E_m}$   $\rightarrow$  compète entre gravité et agitation thermique.

### 2 - Définitions cinétiques de la pression et de la température

Pression cinétique:  $P = \frac{1}{3} n_v m \bar{v}^2 = (\text{si on veut}) \frac{n M \bar{v}^2}{3V}$

$$\vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{-2m v_x v_z}{\delta} \rightarrow \text{moyenne sur l'angle}$$

$$d\vec{F} = \vec{n} d\vec{F}_{\text{ext}} \text{ avec } n = \frac{N}{V} \text{ et } dV = \delta x \delta y \delta z$$

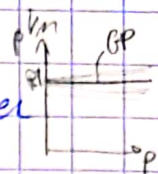
Température cinétique

$$T = \frac{Mv^2}{3R} = \frac{mv^2}{3k_B}$$

### 3. Equation d'état d'un gaz parfait

$$PV = nRT$$

Diagramme d'Amagat ( $p_{km} = f(p)$ ) → basse pression toutes courbes des gaz convergent en 1 point RT ⇒ BP H<sub>2</sub> et G<sub>2</sub>



Loi de Boyle et Mariotte BP :  $PV = \text{cst}$  à  $T = \text{cst}$

Loi d'Avogadro des vol = de GP à même P et T contenant même n.

### 4. Energie interne d'un gaz

let d'état

$$E = E_c^M + E_c^m + E_p^M + E_p^m = E_c^M + E_p^M + U \quad \text{avec } U = E_c^m + E_p^m \quad m = \text{microscopique}$$

GP monoatomique  $U = \frac{1}{2} m \left\langle \sum_{i=1}^N v_i^2 \right\rangle = \frac{1}{2} m N v^2 \xrightarrow{\text{par mols}} \boxed{U = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} N k_B T}$  1<sup>re</sup> loi Joule

GP polyatomique  $E_c^m = E_c^m(\text{translation}) + E_c^m(\text{rotation}) + E_c^m(\text{vibration}) \Rightarrow U > \frac{3}{2} nRT$

$$\Delta U = C_V \Delta T \quad \text{avec } \boxed{C_V = \left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_V} \rightarrow \boxed{dU = C_V dT}$$

## IV. Premier principe de la thermodynamique

### 1. Conservation de l'énergie pour système isolé = 1<sup>er</sup> principe

$$\Sigma \text{ fermé à l'équilibre} \Rightarrow E_{\text{tot}} = E_c^M + E_p^M + U$$

1<sup>er</sup> principe  $\boxed{\Delta E_{\text{int}} = E_F - E_i = E_{\text{reçue}} = W + Q}$  (+  $\phi$  si  $\Sigma$  ouvert)

$W$  = transfert d'énergie méca (macro)  $Q$  = transfert d'énergie thermique (micro) ⇒

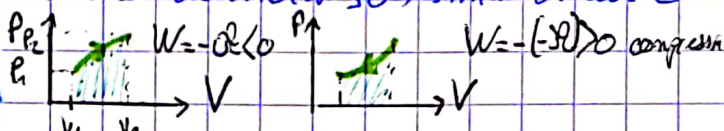
Dérivation de  $E_{\text{tot}} = \text{cst} \Rightarrow \boxed{\Delta E_c^M + U = W + Q}$   
 $\Sigma$  immobile (macroscopique)  $\Rightarrow \boxed{U = W + Q} \xrightarrow{\text{transformation infinitésimale}} dU = \delta W + \delta Q$

### 2. Transfert énergie mécanique : notion de travail W

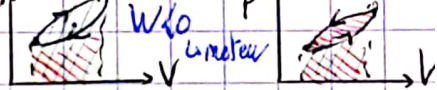
Force de pression  $\boxed{\vec{F} = -P_{\text{ext}} S \vec{n}_{\text{ext}}}$  ⇒ Travail élémentaire  $\boxed{\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{l} = -P_{\text{ext}} dV}$

$\delta W$  = énergie méca fournie au syst par ext →  $\delta W > 0$  : compression ( $dV < 0$ ) → milieu extérieur

Transformation finie  $\boxed{W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \delta W = \int_1^2 -P_{\text{ext}} dV}$  →  $\delta W < 0$  : détente ( $dV > 0$ ) → milieu extérieur



Cycle: syst revient à état initial après série transfo  $\Rightarrow W = \oint P \, dV$



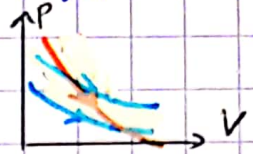
Isobare:  $V = \text{const} \Rightarrow dV = 0 \Rightarrow \delta W = 0$

GP isotherme = isobare  $\Rightarrow T_{\text{sys}} = T_0 = \text{const}$   
 $\hookrightarrow W = nRT \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$

Horobare:  $P_{\text{ext}} = \text{const} \Rightarrow W = P_{\text{ext}} (V_1 - V_2)$

Isobare:  $P_{\text{ext}} = P = \text{const} \Rightarrow W = P (V_1 - V_2)$

Adiabatique QS  $\Rightarrow$  échange chaleur  $\Rightarrow PV^\gamma = \text{const}$  **Lois de Laplace**



### 3. Transfert thermique: notion de chaleur Q

Conduction: généralement de solide, transfert thermique de proche en proche

Convection: (fluide) transport de matière lié au mouvement du fluide.

Rayonnement: propagation ondes EM  $\Rightarrow$  échan milieu matériel.

#### 4. L'enthalpie

fonct d'état utile pour simplifier bilan d'énergie

1<sup>er</sup> principe + uniquement travail P pression + isobare  $\Rightarrow W = -P \Delta V \Rightarrow \Delta H = Q$

$P = \text{const} \Rightarrow \Delta H = C_p \Delta T$  avec  $C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P$

$$H = U + PV$$

$$\Delta H = Q$$

GP  $\Rightarrow H = U + nRT \Rightarrow dH = (C_v + nR)dT = C_p dT$  **2<sup>nd</sup> loi de Joule** (définition de l'enthalpie)

**Relation de Mayer**  $C_p = C_v + nR$

Indice adiabatique  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$  GP mono  $\frac{7}{5}$  GP diat

$\rightarrow$  Condensée incompressible et indilatable  $\Rightarrow V = \text{const}$

$$\Delta H = \Delta U + \Delta(PV) = \Delta U + P \Delta V + V \Delta P$$

$$\text{or } V \Delta P \ll \Delta U \Rightarrow \Delta H = \Delta U = C \Delta T \quad C_p = C_v = C$$

Changement d'état = isotherme + isobare  $\Rightarrow \Delta H = Q$

h massique chgt état:  $\Delta_{\text{m}} h = h_2 - h_1$  [ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ] = variation de H au cours transfo de 1 kg de corps pur de état 1  $\rightarrow$  2 en 1 point (P,T) ou les 2 états coexistent

$$H = m_1 h_1 + m_2 h_2 = m((1-x_2)h_1 + x_2 h_2) = m(h_1 + x_2 \Delta h_{1 \rightarrow 2}) \Rightarrow \Delta H = m(x_2 - x_1) \Delta_{\text{m}} h$$

Calorimétrie: syst relativement isolé  $\Rightarrow$  adiabatique  $\Rightarrow \Delta H = 0$

$\hookrightarrow$  mesure de grandeurs thermo avec 1<sup>er</sup> principe. (valeur en cascade p  $\Rightarrow$  C = p.c.m)

### 5. Bilan énergétique système ouvert en régime quasi-stationnaire

1<sup>er</sup> principe  $\Rightarrow dE_t = dm \Delta(u + e_c + e_p) = \delta W + \delta Q$  avec  $\delta W = \delta W_{\text{press}} + \delta W_{\text{utile}}$

$$\Rightarrow \Delta(h + c^2/2 + gz) = w_u + q$$

Puissance thermique

$$P_{\text{th}} = \frac{\delta Q}{\delta t} = \frac{\delta Q}{dm} \cdot \frac{dm}{dt} = q \cdot D$$

Puissance méca

$$P_m = \frac{\delta W}{\delta t} = \frac{\delta W}{dm} \cdot \frac{dm}{dt} = w_u \cdot D$$

D = débit massique [ $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$ ]

## G. Différents fct d'état

|   | V                     | -P                             |
|---|-----------------------|--------------------------------|
| S | U                     | H = U + PV                     |
| T | F = U - TS<br>É libre | G = H - TS = F + PV<br>H libre |

→ -TS

$$dU = TdS - PdV + \mu dN \rightarrow T = \left. \frac{\partial U}{\partial S} \right|_{V,N}, -P = \left. \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right) \right|_{T,N}$$

$$dH = TdS + VdP + \mu dN$$

$$dS = \frac{1}{T} dU + \frac{P}{V} dV - \frac{\mu}{T} dN$$

## V. Second principe de la thermodynamique

1<sup>er</sup> principe ne suffit pas à prévoir sens d'évolution des systèmes.  $\Rightarrow$  2<sup>nd</sup> principe

**2<sup>nd</sup> principe:** l'équilibre d'un syst thermo est atteint lorsque la fct d'état qui le caractérise est extrémale  $\Rightarrow$  maximale pour S. (min pour U, H, F, G)

Evolution réversible: QS (succession d'états d'éq) susceptible de pouvoir s'inverser par modification des paramètres ext.  $\Rightarrow$  absence sources irréversibilité

Entropie: (Clausius 1865) = iclie de transformation ou retour en arrière [S] = J K<sup>-1</sup>  
par syst isolé: S  $\nearrow$  jusqu'à eq où S est

$$dS_{evol(rev)} = \frac{\delta Q}{T}$$

adiabatique rev

$\delta Q = 0$   
 $\downarrow$   
S est constante

Transf réversibles  $\Rightarrow$  spontanée et avec S max à l'éq

T thermo  $\left[ \frac{1}{T} = \left( \frac{\partial S}{\partial U} \right)_{V,N} \right]$

P thermo  $\left[ P = T \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_{U,N} \right]$

Thermostat: syst V=const, avec capa calo  $\infty \Rightarrow$  échange Q sans variation de T  $\Rightarrow T_{th} = \text{const}$

$$dS_{th} = \frac{\delta Q_{th}}{T_{th}}$$

Syst isolé = thermostat + syst + rés  $\Rightarrow dS_{tot} = dS_{th} + dS \geq 0$

2<sup>nd</sup> principe syst fermé:  $dS = \sum \frac{\delta Q_i}{T_i} + \delta S_{créé} \Rightarrow \Delta S = S_{échange} + S_{créé}$

$\begin{cases} = 0 \text{ rev} \\ > 0 \text{ irré} \\ < 0 \text{ impossible} \end{cases}$

Relation de Maxwell  
Clapeyron

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right) (a) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right) (a) \Rightarrow \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_{S,N} = - \left( \frac{\partial P}{\partial S} \right)_{V,N}$$

Relation de Gibbs-Duhem

$$G(T, P, N) = N \mu(T, P)$$

$$d\mu = -\frac{S}{N} dT + \frac{V}{N} dP$$

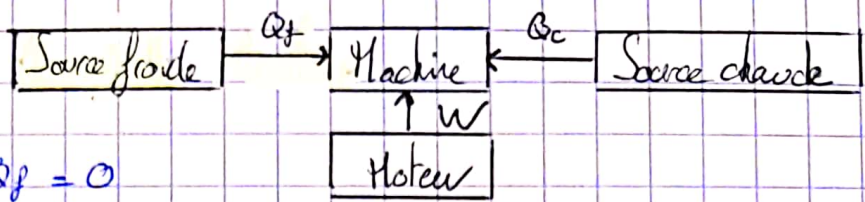
Interprétation statistique de S  
S tot  $\Rightarrow$  petit d'info

$$S = k_B \ln \Omega$$

$\Rightarrow$  S tot = grand d'info

avec  $\Omega = \frac{N!}{p!(N-p)!}$  nbre micro-états

# VI - Machines Thermiques.



1<sup>er</sup> principe:  $\Delta U = W + Q_c + Q_f = 0$

2<sup>nd</sup> principe:  $\Delta S = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_{\text{créé}} = 0$

car cycle

$S_{\text{créé}} \geq 0 \Rightarrow \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$  **Inégalité de Clausius**

Rendement:  $\rho = \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie consommée}}$

1. Moteur thermique  $\rho = \left| \frac{W}{Q_c} \right| = -\frac{W}{Q_c}$   $W < 0, Q_c > 0$

1<sup>er</sup> principe  $\Rightarrow W = -(Q_c + Q_f) \Rightarrow \rho = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$

2<sup>e</sup>  $\rho \Rightarrow \left[ \rho = 1 - \frac{T_f}{T_c} - \frac{T_f S_{\text{créé}}}{Q_c} = 0 \right] \leq \left[ 1 - \frac{T_f}{T_c} \right]$  car  $S_{\text{créé}} \geq 0$

Si réversible  $\Rightarrow S_{\text{créé}} = 0 \Rightarrow \rho_{\text{rev}} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$

2. Machine frigorifique  $\rho = \left| \frac{Q_f}{W} \right| = \frac{Q_f}{W}$   $Q_f > 0, W > 0$

$\rho = -\frac{Q_f}{Q_c + Q_f} \leq \frac{T_f}{T_c + T_f}$   $\rho_{\text{rev}} = \frac{T_f}{T_c + T_f}$

3. Pompe à chaleur  $\rho = \left| \frac{Q_c}{W} \right| = -\frac{Q_c}{W}$   $Q_c < 0, W > 0$

$\rho = \frac{Q_c}{Q_c + Q_f} \leq \frac{T_c}{T_c + T_f}$   $\rho_{\text{rev}} = \frac{T_c}{T_c + T_f}$

# Optique géométrique

## I. Loi de Snell-Descartes. Stigmatisme.

### 1. Chemin optique

Temps mis par lumière pour aller de A à B:  $t = \int_A^B \frac{dl}{v} = \int_{(r)} \frac{n(\vec{r}) \cdot dl}{c} = \frac{L(r)}{c}$

Chemin optique:  $L(r) = \int_{(r)} n(\vec{r}) dl$

### 2. Principe de Fermat

Le chemin optique  $L$  du trajet que suit effectivement la lumière est stationnaire, c'est-à-dire extrême / aux chemins infiniment voisins.

### 3. Lois de Snell-Descartes

Indice optique  $n = \frac{c}{v}$

Réflexion: rayon réfléchi ds plan d'incidence  $\Rightarrow i_1 = -i_2$

Réfraction: le rayon réfracté est ds le plan d'incidence  $\Rightarrow n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

Δ si  $n_1 > n_2$  angle limite  $i_{\text{lim}} = \arcsin(n_2/n_1) \Rightarrow$  réflexion totale.

### 4. Stigmatisme

Stigmatisme rigoureux pour le couple (A, A') si  $\exists$  infinité de rayons lumineux joignant A et A'  $\Rightarrow$  le chemin optique (A, A') = cst

### 5. Aplanétisme. Grandissement Linéaire

Vu  $n \overline{AB} \sin u = n' \overline{A'B'} \sin u' \Rightarrow \frac{n \sin u}{n' \sin u'} = \text{cst}$  Condition sinus d'Abbe.

Pour systèmes aplanétiques, l'image  $\overline{A'B'}$  d'un objet plan  $\overline{AB} \perp$  à ax optique est plane et  $\perp$  ax opt.

Grandissement  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

## II - L'optique de Gauss

Formule de Newton

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = f f' = -f'^2$$

Formule de Gollstrand

$$V = V_1 + V_2 - \frac{e}{n} V_1 V_2$$

$$\Rightarrow f' = \frac{f_1 f_2}{\Delta}$$

avec  $V = 1/f$  [δ]  
 $\Delta$ : entre 1 et 2

Relation de Descartes

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

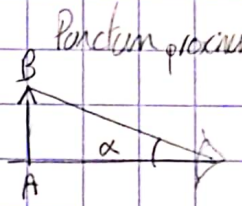
## III - Instruments d'optique

Prisme:  $D = i - r + i' - r' = i + i' - A$

Microscope: Grossissement commercial

$$G_c = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

avec  $\tan \alpha = \frac{\overline{AB}}{dm}$



$$G = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \cdot \frac{dm}{f_2'} = \left( \frac{d_o}{f_1} \right) \cdot G_{oc}$$

Puissance intrinsèque  $P_m = \frac{\alpha'}{\overline{AB}} = \frac{\Delta}{f_1' f_2'}$

# Optique ondulatoire

## I. Modèle scalaire des ondes lumineuses.

### 1. Modèle scalaire de la lumière

Optique géométrique  $\equiv$  approximation de l'optique ondulatoire

Onde lumineuse  $\equiv$  onde  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  et  $\vec{E}$  se propage à vitesse  $c$

Lumière naturelle non polarisée.

Temps de cohérence  $\ll$  temps exp

Vibration lumineuse se propage de multiples fragments

$$\tilde{\omega} = \frac{c}{\lambda} \quad n = \text{indice milieu}$$

Th de superposition:  $s(M, t) = \sum s_i(M, t)$

### 2. Eclairement et intensité vibratoire

Temps de réponse récepteur  $\tau \equiv$  temps min qui doit séparer 2 signaux pour qu'ils soient perçus individuellement.

Récepteurs mesurent valeur moyenne de puissance lumineuse reçue

$$\langle P_s(t) \rangle_\tau = \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} E(t) dt \quad \text{avec } E \text{ éclaircissement} = \overline{P_{\text{moy}} \text{ transportée par onde par unité de } S}$$

Intensité vibratoire  $I = \langle s^2(M, t) \rangle$

$$E(M) = K \langle s^2(M, t) \rangle \quad [W.m^{-2}]$$

### 3. Lumière monochromatique

$$s(M, t) = a(M) \cos(\omega t - \varphi(M)) \quad \text{avec } \varphi(M) \text{ retard de phase au point } M$$

Double périodicité - temporelle  $\nu = \frac{1}{T}$ ,  $\omega = 2\pi \nu$

$$\text{- spatiale } k = 2\pi \sigma = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Dans vide  $\lambda_0 = cT = \frac{c}{\nu}$   $k_0 = \frac{\omega}{c}$  Milieu:  $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$  et  $k = nk_0$

Domaine visible: 400 nm  $\rightarrow$  750 nm  
Région X Ultraviolet Bleu Rouge Infrarouge Radar FM.

$$s(M, t) = \underline{a}(M) e^{i\omega t} \quad \text{avec } \underline{a}(M) = a(M) e^{-i\varphi}$$

Vibration réelle  $s(M, t) = \text{Re}(s(M, t))$

$$E = \frac{1}{2} K |a(M)|^2 = \frac{1}{2} K a a^* \propto a^2$$

h. Chemin optique  $\equiv$  temps parcouru par lumière entre A et B  $(AB) = c t_{AB}$

Milieu homogène  $(AB) = n AB$  Retard de  $\varphi$   $\varphi(B) = \varphi(A) + \frac{2\pi}{\lambda_0} (AB) = \varphi(A) + \frac{\omega}{c} (AB)$

5- Surface d'onde  $\equiv$  Surface des points  $M$  /  $(SM) = \text{cst}$   $\rightarrow \phi(M) = \text{cst}$

**Th. Malus:** Les surfaces d'ondes relatives au point source  $S$  sont orthogonales aux rayons lumineux issus de  $S$ .  
 Pour  $A$  &  $A'$  conjugués  $\Rightarrow (AA')$  m le long de tous rayons allant de  $A$  à  $A'$ .

## 6. Onde sphérique - onde plane

Onde sphérique: - rayons lumineux = droites concourantes en 1 point  $S$   
 - surfaces d'ondes = sphères centrées sur  $S$ .

$\rightarrow$  Divergente monochromatique  $s(M, t) = \frac{a}{r} \cos(\omega t - kr - \phi_0) \rightarrow \phi(M) = \phi_0 + kr$   
 $\rightarrow$  Convergente  $s(M, t) = \frac{a}{r} \cos(\omega t + kr - \phi_0)$

Onde plane: - rayons lumineux = droites // entre elles  
 - surfaces d'ondes = plans // entre eux  $\equiv$  plans d'ondes

$$s(M, t) = a_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} - \phi_0) \quad \text{avec} \quad \vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{v}$$

## 7. Lumière réelle.

$\nexists$  lumière parfaitement monochromatique mais  $\Sigma$  vibrations monos  $\rightarrow$  transf. Fourier  
 $\hookrightarrow \Delta \nu \times \Delta t \sim 1$

Lumière blanche = spectre continu avec toutes  $\lambda$  du visible  
 Lampe spectrale = série  $\lambda$  de l'élément gazeux continu  $\rightarrow$  spectre pics fins  $\rightarrow$  raies spectrales  
 Faisceau laser = 1 raie spectrale bcp @ fine

Trains d'onde = onde limitée dans le temps émise par un atome.  $\Delta \nu = \frac{1}{\Delta t}$   
 temps de cohérence  $\tau_c \gg T$ : période signal  $\tau_c \ll T_{\text{récepteur}}$   
 longueur  $L_c = c \tau_c$

Modèle lumière réelle - amplitude  $A(M)$  = moyenne sur 1 très grand nbre trains d'ondes.  
 - retard  $\phi$  à la source  $\phi(S)$  aléatoire

## II - Superposition d'ondes lumineuses

Interférences qd  $E$  résultant de superposition ondes  $E_1 \neq \Sigma$  de chaque onde.

### 1. Superposition à 2 ondes lumineuses

Vibration lumineuse résultante  $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$

$$E(M) = K \langle S^2(M) \rangle = E_1 + E_2 + K \langle 2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \cos(\phi_1 + \phi_2) \rangle$$

$E_2$  terme d'interférence

Interférences visibles ssi  $E_2 \neq 0 \Rightarrow$  ondes cohérentes (si  $E = E_1 + E_2$  incohérentes)

$$\hookrightarrow \omega_1 = \omega_2 \Rightarrow E_2 = K \langle \cos(\phi_2 - \phi_1) \rangle$$

si sources synchrones  $\Rightarrow \phi_1 = \phi_2$

$$\hookrightarrow E_2 = K \sqrt{E_1 E_2} \cos(\Delta\phi(M)) \text{ avec } \Delta\phi(M) = \frac{\omega}{c} ((S_2 M) - (S_1 M))$$

$\hookrightarrow$  m polarisation

**Formule de Fresnel** interférences lumineuses pour 2 ondes mono de même cohérentes

$$E = E_1 + E_2 + 2 \sqrt{E_1 E_2} \cos(\Delta\phi(M))$$

Interférences constructives  $\Rightarrow E > E_1 + E_2 \Rightarrow \cos \Delta\phi > 0$

$\hookrightarrow E_{\max}$  si  $\cos \Delta\phi = 1 \Rightarrow \Delta\phi = 2m\pi \Rightarrow$  totalement constructives

Interférences destructives  $\Rightarrow \cos \Delta\phi < 0$

$\hookrightarrow E_{\min} \Rightarrow \Delta\phi = (2m+1)\pi \Rightarrow$  totalement destructives.

Différence de marche:

$$g(M) = (S_2 M) - (S_1 M)$$

$$\rightarrow \Delta\phi(M) = \frac{2\pi g(M)}{\lambda_0}$$

Ordre d'interférence:

$$p(M) = \frac{\Delta\phi(M)}{2\pi} = \frac{g(M)}{\lambda_0}$$

$E_{\max}$  si  $p \sim$  entier  $m$

$E_{\min}$  si  $p \sim$  demi-entier  $m + 1/2$

Champ d'interférence = zone d'espace éclairée.

Franges d'interférences brillantes  $\Rightarrow \Delta\phi = 2m\pi \Rightarrow E_{\max}$

sombres  $\Rightarrow \Delta\phi = 2(m+1)\pi \Rightarrow E_{\min}$

Contraste/Visibilité

$$C = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max} + E_{\min}}$$

$$\text{Fresnel: } E = E_{\max}(1 + \cos \phi)$$

Pour ondes quasi mono  $\Rightarrow$  trains d'ondes

• 2 sources distinctes  $\Rightarrow$  interférences  $E = E_1 + E_2$

• ——— mutuellement cohérentes  $\Rightarrow$  m même train d'onde  $\delta < l_c$   
le finie  $\Rightarrow$  cohérence temporelle.

Ondes planes: interférence

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

2 - Superposition à N ondes lumineuses

$$\underline{S} = \sum_{p=1}^N \underline{S}_p(M, t) e^{-i(\phi_p - \phi_1)}$$

$$E = E_{\max} \frac{\sin^2(N\frac{\phi}{2})}{\sin^2(\frac{\phi}{2})}$$

$E_{\max} \propto N^2$

Finesse  $F = \frac{2\pi}{\Delta\phi} = \frac{N}{2}$

avec  $\phi = \phi_{pN} - \phi_p$

# III - Dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young

## 1. Dispositif $\Rightarrow$ Sources cohérentes

Source placée à grande distance de l'écran (D) avec 2 trous  $S_1, S_2(a)$   $\Rightarrow$  division front d'onde  
 $\Rightarrow$  interférences non localisées = observables en tout point champ d'interférence.  
 Trou d'Young différent de lumière incidente

$$\delta = n(S_2M - S_1M) = n\vec{r} \cdot \vec{S_2S_1} \text{ avec } \vec{r} = \frac{\vec{OM}}{r} \text{ et } \vec{OM} = x\vec{u}_x + D\vec{u}_y + y\vec{u}_z \text{ et } \vec{S_1S_2} = S_2a\vec{u}_x$$

$$S(M) \approx \frac{na^2}{D}, \quad \Delta S(M) \approx \frac{2n\pi ax}{\lambda_0 D}, \quad p(M) \approx \frac{na^2}{\lambda_0 D}$$

$$E(M) = 2E_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi na x}{\lambda_0 D}\right) \right) \text{ avec } E_0 = E \text{ de chaque trou}$$

Interfrange  $i = \frac{\lambda_0 D}{na}$  **Fraunhofer:**  $M \rightarrow \Rightarrow \delta = \frac{na x}{f_1} \Rightarrow i = \frac{\lambda_0 f_1}{na}$

## 2. Elargissement spatial source $\Rightarrow$ visibilité

On déplace  $S$  en  $S'$  /  $\vec{SS'} = \vec{S_2S_1} \Rightarrow S'$  plus éloignée de  $S_1$  et  $S_2 \Rightarrow$  nouvelle  $S(M)$   
 $\Delta S(M) = n \frac{\vec{SS'} \cdot \vec{S_2S_1}}{D_0} \rightarrow \Delta p(M) = \frac{na b}{\lambda_0 D_0}$  avec  $\vec{SS'} = b \vec{u}_x$

$\rightarrow$  Franges d'interférences produites par source étendue  
 visible au point M si  $|\Delta p(M)| \leq \frac{1}{2}$  et  $a \leq l_c = \frac{\lambda_0}{n\theta}$  longueur de cohérence spatiale

## 3. Elargissement spectral de la source

$\rightarrow$  Emission d'un doublet de  $\lambda \rightarrow \omega \neq \Rightarrow$  interférences  $\Rightarrow$  contraste  $\neq$  uniforme  
 - frange brillante  $\rightarrow$  coïncidence  
 - sombre  $\rightarrow$  anticoincidence  $\rightarrow$  brouillage franges  $\Rightarrow$  visibilité  $\searrow$   
 $\Delta x = \frac{\lambda_m^2 D}{na \Delta \lambda} = \frac{i \lambda_m}{\Delta \lambda}$  avec  $i = \frac{\lambda_m D}{na}$

$\rightarrow$  Source  $\Delta \lambda \ll \lambda_m$  : frange visible si  $\delta(M) \ll l_c = \frac{\lambda_m^2}{\Delta \lambda}$  longueur cohérence temporelle  
 si source mono  $\Rightarrow \Delta \lambda \rightarrow 0 \Rightarrow l_c \rightarrow \infty \Rightarrow \text{CAR} = 1$

$\rightarrow$  Lumière blanche  $p \leq \frac{l_c}{\lambda_m} \leq 2$ ,  $l_c = \frac{c}{\Delta \nu} = \frac{\lambda_{max} \lambda_{min}}{\lambda_{max} - \lambda_{min}} \approx 49 \mu m$

## 4. N trous Young - conf. Fraunhofer

$\rightarrow$  S l'objet  $S_1$  et M plan focal  $S_n$

$$\delta = na (\sin \theta - \sin \theta_0)$$

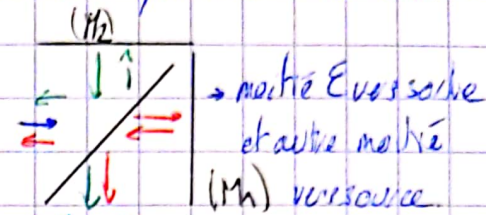
Interférences totales  $\rightarrow$  constructives  $\Rightarrow \sin \theta - \sin \theta_0 = p \frac{\lambda_0}{na}$

### III - L'interféromètre de Michelson

#### 1. L'interféromètre

- Miroir  $M_1$  mobile - Miroir  $M_2$  fixe  
 - lame semi-réfléchissante - lame séparatrice (sépare le faisceau incident en 2 faisceaux d'éclairement de moitié)  
 - lame non traitée - lame compensatrice  
 - schéma séparateur pour compenser SPM car ① passe 3x dans séparatrice et ② 1x

2 voies: ① lumière transmise réfléchi ( $M_1$ ) et réfléchi-  
 ② ———— réfléchi ( $M_2$ ) et transmise



#### 2. Configuration en lame d'air éclairée par source étendue.

Lame d'air: ( $M_1$ )  $\perp$  ( $M_2$ )  $\Rightarrow$  franges localisées  $\Rightarrow$   $\sim$  plan focal image  $L_c$

Voie 1:  $S \xrightarrow{(M_1)} S_1' \xrightarrow{(S_1)} S_1$  Voie 2:  $S \xrightarrow{(M_2)} S_2' \xrightarrow{(M_2)} S_2$

Épaisseur lame d'air  $e \equiv$  distance entre ( $M_2$ ) et ( $M_1$ ) (Synthèse  $M_1/M_2$ )  $\Rightarrow S_1 S_2 = 2e$

$$S(M) = 2ne \cos i, \quad \Delta \phi(M) = \frac{4\pi n e \cos i}{\lambda_0}, \quad p = \frac{2ne \cos i}{\lambda_0}, \quad E = \frac{E_0}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{4\pi n e \cos i}{\lambda_0} \right) \right]$$

Division d'amplitude  $\Rightarrow$  franges localisées sur surface (de localisation)  $\Rightarrow$  visibilité max  
 les interférences circulaires  $\Rightarrow$  anneaux  
 les égale inclinaison

$e \neq 0 \Rightarrow$  anneaux rétrécit et disparaît au centre figure interférences

Contact optique  $e=0 \Rightarrow S(M)=0 \Rightarrow$  écran uniformément éclairé  $\Rightarrow$  l'airé plate

#### 3. Configuration coin d'air éclairée par une source étendue.

Coin d'air: ( $M_1$ ) et ( $M_2$ ) pas perpendiculaire  $\Rightarrow$  franges localisées au voisinage des miroirs

En 1 point  $M$  de surface où il y a interférences, où épaisseur locale entre 2 miroirs  $e(M)$

$$S(M) = 2n e(M) \quad \text{et} \quad p(M) = \frac{2n e(M)}{\lambda_0} \rightarrow \text{frange d'égale épaisseur}$$

$$E = \frac{E_0}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{4\pi n x}{\lambda_0} \right) \right) \quad \text{car } e(x) = x \rightarrow \text{dépend que de } x \Rightarrow \text{franges rectilignes}$$

$$i = \frac{\lambda_0}{2nx}$$