

Chapitre 6: Champ électrique dans des milieux diélectriques (isolant)

I. Position du problème

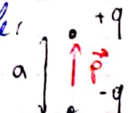
Isolant: e^- restent liés au voisinage du noyau.

$\neq$ champ électriques:

- $\vec{E}_0$ = champ créé par un opérateur
 - $\vec{E}_D$ = champ généré dans le diélectrique sous l'action de $\vec{E}_0$
 - $\vec{E}(M)$: champ local en M en l'absence de dipôle en ce point.
- $$\left. \begin{array}{l} \vec{E}_0 \\ \vec{E}_D \end{array} \right\} \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_D \text{ : champ résultant}$$

$\vec{D}$: excitation électrique.

Densité de charge de polarisation: $\rho_{\text{polarisation}}$, $\rho_{\text{polarisation}}$, $\vec{j}_{\text{polarisation}}$

Dipôle:  Moment dipolaire $\vec{p} = qa\vec{e}_+$ [C.m] $\rightarrow$ microscopique.

Vecteur polarisation: $\vec{P}$ = vecteur densité volumique de moment dipolaire.  $\Rightarrow \vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dV}$ [C.m²]

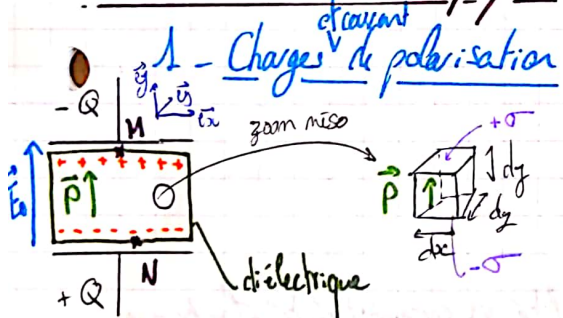
$\rightarrow$ macro-méso

Susceptibilité électrique χ_e

Permittivité relative du milieu ϵ_r

Polarisabilité α

II. Etude méso / macroscopique.



Soit $d\vec{p}$ la quantité de moment dipolaire dans dV

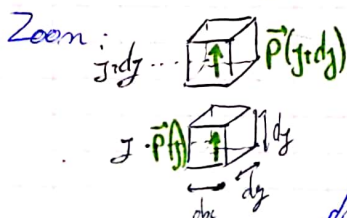
$$d\vec{p} = \vec{P} dV = \vec{P} dx dy dz = \sigma dx dy dz \vec{e}_y$$

$$\hookrightarrow \vec{P} = \sigma \vec{e}_y$$

$$\sigma^+ = \vec{P}(M) \cdot \vec{e}_y \quad \text{et} \quad \sigma^- = \vec{P}(N) \cdot (-\vec{e}_y) = -\sigma^+$$

Généralisation $\sigma_p = \vec{P} \cdot \vec{u}_{nb}$

On va considérer $\vec{P}$ homogène $\rightarrow$ cas particulier où $\vec{P}(y)$



Bilan de charge entre y et $y+dy$

$$\rho dy dx dy = +\sigma(y) dx dy - \sigma(y+dy) dx dy$$

$$\text{donc } \rho dy dx dy = P(y) dx dy - P(y+dy) dx dy = - \frac{\partial P}{\partial y} dy dx dy \Rightarrow \rho = - \frac{dP}{dy}$$

Généralisation au cas où $\vec{P}(x, y, z) \Rightarrow \rho_p = -\text{div } \vec{P}$

Relation locale de conservation de la charge $\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\text{div } \vec{j}_p$

$$\Rightarrow \vec{j}_p = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (-\text{div } \vec{P}) = -\text{div} \left(\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \right)$$

2. Vecteur excitation électrique, relations constitutives du milieu

M6 $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho_{\text{ext}} + \rho_p}{\epsilon_0} = \frac{\rho_{\text{ext}} - \text{div } \vec{P}}{\epsilon_0} \Leftrightarrow \text{div} (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho_{\text{ext}}$

On appelle $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ le vecteur excitation électrique. $\Rightarrow \text{div } \vec{D} = \rho_{\text{ext}}$.

On considère un milieu homogène et isotrope : on montre que si $|\vec{E}| \ll 10^{11} \text{ V.m}^{-1}$

alors $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$ Relation linéaire.

$\rightarrow$ isotrope $\Rightarrow$ matrice
+ homogène $\Rightarrow$ matrice avec composantes d'eq. de x, y, z

On a donc $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi_e \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$
 $\hookrightarrow$ permittivité relative du milieu par $\epsilon_r = 1 + \chi_e > 1$ (sans dimension)

On considère une momp où un opérateur applique perue entre 2 plaques

Si on a un diélectrique entre les 2 plaques $\rho_{\text{ext}} = \text{div } \vec{D} = \text{div} (\epsilon_0 \epsilon_r \vec{E})$
 $\hookrightarrow$ de milieu

Si on a le vide entre 2 plaques $\rho_{\text{ext}} = \text{div } \vec{D} = \text{div} (\epsilon_0 \vec{E}_0)$

On a donc $\epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E}_0 \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon_r} \Rightarrow |\vec{E}|_{\text{milieu}} \leq |\vec{E}_0|_{\text{vide}}$
 $\hookrightarrow$ ds vide

Condensateur plan avec des charges $+Q, -Q$ sur les 2 armatures. $C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\int \vec{E} \cdot d\vec{l}}$

$C_{\text{avec diélectrique}} = \frac{Q}{\int \vec{E} \cdot d\vec{l}} = \frac{Q}{\int \frac{\vec{E}_0}{\epsilon_r} \cdot d\vec{l}} = \epsilon_r \frac{Q}{\int \vec{E}_0 \cdot d\vec{l}} = \epsilon_r \frac{Q}{U_{\text{vide}}}$
 $\hookrightarrow$ entre armatures

$\Rightarrow C_{\text{avec diélectrique}} = \epsilon_r C_{\text{sans diélectrique}} \Rightarrow$ On a la capacité d'un condensateur avec un isolant.

III - Lien entre description micro et méso/macro : Polarisabilité vs susceptibilité électrique

Pont de vue microscopique : réaction locale d'un moment dipolaire.

On considère une linéarité entre le moment dipolaire $\vec{p}$ et le champ électrique local (à l'absence de l'atome) $\vec{E}_l$

$\vec{p} = \epsilon_0 \alpha \vec{E}_l$
 $\hookrightarrow$ polarisabilité $|\alpha| = \frac{|\vec{p}|}{|\epsilon_0 \vec{E}_l|} = \frac{C \cdot m}{\text{F.a.m}^{-2} \text{V.m}^{-2}} = \frac{\text{F.a.m}}{\text{F.a.m}^{-2}} = \text{m}^3$

$\alpha \approx 3 \times 10^{-30} \text{ m}^3$ Voccupé par le cortège électronique du constituant ($\approx 10^{-30} \text{ m}^3$)

Soit un milieu avec la densité volumique n de constituants

$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$
 $= n \cdot \vec{p} = n \epsilon_0 \alpha \vec{E}$

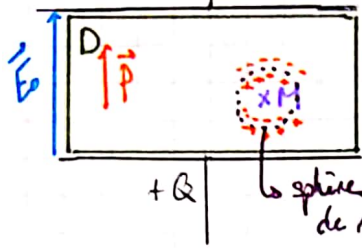
$\vec{P} = n \cdot \vec{p}$

* Milieu dilué: $\vec{E}_e(M) = \vec{E}(M) \Rightarrow \epsilon_0 \chi_e \vec{E}(M) = n \epsilon_0 \alpha \vec{E}(M) \Rightarrow \boxed{\chi_e = n \alpha}$
n.Bu mètre Comme

* Milieu condensé: $\vec{E}_e(M) \neq \vec{E}(M)$

- Cas particulier: milieu amorphe (plastique) ou cristal cubique
 - G

$\chi_e = \frac{n \alpha}{1 - \frac{n \alpha}{3}}$ Relation de Clausius Mosotti



$\vec{E}_e(M)$? champ électrique en M en l'absence de constituant en M.

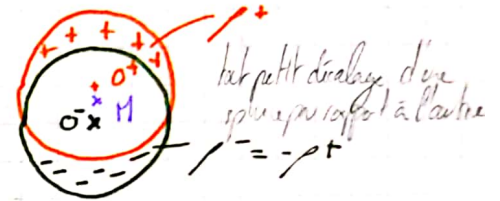
$\vec{E}_e(M) = \vec{E}_0(M) + \vec{E}_{D-S}(M) + \vec{E}_s(M \text{ sans le constituant})$

$\vec{E}_0$ si milieu amorphe ou cristal cubique

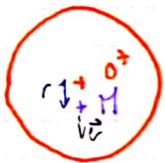
$\Rightarrow \vec{E}_e(M) = \vec{E}_0(M) + \vec{E}_{D-S}(M)$

Or $\vec{E}_{D-S}(M) = \vec{E}_0(M) - \vec{E}_s(M \text{ avec constituant})$

$\Rightarrow \vec{E}_e(M) = \vec{E}_0(M) + \vec{E}_D(M) - \vec{E}_s(M \text{ avec constituant})$
 $= \vec{E}(M) - \vec{E}_s(M \text{ avec constituant})$



Sphère chargée +: $\vec{E}_+(M)$??



Sym et invariance: $\vec{E}_+(M) = E_+(r) \vec{e}_r$

Th Gauss: $4\pi r^2 E_+(M) = \frac{4\pi r^2 \rho^+}{\epsilon_0} \Leftrightarrow E_+(M) = \frac{\rho^+ r}{3\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E}_+(M) = \frac{\rho^+}{3\epsilon_0} \vec{O^+M}$

De m on trouve $\vec{E}_-(M) = \frac{\rho^-}{3\epsilon_0} \vec{O^-M} = -\frac{\rho^+}{3\epsilon_0} \vec{O^-M} = \frac{\rho^+}{3\epsilon_0} \vec{MO^-}$

et $\vec{E}_s(M \text{ avec le constituant}) = \vec{E}_+(M) + \vec{E}_-(M) = \frac{\rho^+}{3\epsilon_0} \vec{O^+O^-}$

$\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dV} = \frac{d\vec{p}}{V_{\text{sphère}}}$ avec $d\vec{p} = \rho^+ \vec{O^-O^+} \Rightarrow \vec{P} = \rho^+ \vec{O^-O^+}$

et donc $\vec{E}_s(M \text{ avec le constituant}) = -\frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$

On a donc $\vec{E}_e(M) = \vec{E}(M) + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$

$\vec{P}(M) = n \vec{p} = n \epsilon_0 \alpha \vec{E}_e(M) = n \epsilon_0 \alpha \left(\vec{E}(M) + \frac{\vec{P}(M)}{3\epsilon_0} \right)$

$\Leftrightarrow \vec{P} - \frac{n \alpha \vec{P}}{3} = n \epsilon_0 \alpha \vec{E} \Leftrightarrow \vec{P} \left(1 - \frac{n \alpha}{3} \right) = n \epsilon_0 \alpha \vec{E} \text{ donc } \vec{P} = \epsilon_0 \left(\frac{n \alpha}{1 - \frac{n \alpha}{3}} \right) \vec{E} \chi_e$

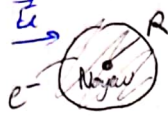
IV - Polarisation a regime variable.

1. Modèle atomistique mécanique - polarisabilité.

Champ électrique variable pulsation ω : $\alpha(\omega)$??

≠ composantes : - électronique
- ionique
- orientation (moment dipolaire permanent).

→ Composante électronique : un e^- dans un champ électrique local $\vec{E}_l$ à la pulsation ω



On montre que le nuage électronique subit une force de rappel élastique

$$\vec{F}_{\text{rappel}} = -k\vec{r}$$

$$k = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

↪ vecteur position de l' e^-

$\vec{r}$ a fait de $\vec{E}_l$? avec $\vec{r} = N\vec{e}$ ⇒ $\vec{p} = -e\vec{r}$

PFD: sur l' e^- : $m_e \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -k\vec{r} - \lambda \frac{d\vec{r}}{dt} - e\vec{E}_l$ avec $E_l(t) = E_l^0 \cos \omega t$

↪ $E_l(t) = E_l^0 e^{-j\omega t}$

On cherche $\vec{r} = \vec{r}_0 e^{-j\omega t}$

$$\Leftrightarrow -m_e \omega^2 \vec{r} = -k\vec{r} + j\lambda \omega \vec{r} - e\vec{E}_l$$

$$\Leftrightarrow (-m_e \omega^2 + k - j\lambda \omega) \vec{r} = -e\vec{E}_l$$

$$\Leftrightarrow \left(-\omega^2 + \frac{k}{m_e} - j \frac{\lambda}{m_e} \omega\right) \vec{r} = -\frac{e\vec{E}_l}{m_e}$$

$$(-\omega^2 + \omega_0^2 - j\beta \omega) \vec{r} = \frac{-e\vec{E}_l^0 e^{-j\omega t}}{m_e}$$

On pose la pulsation propre à l' e^- autour du noyau $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_e}}$
le paramètre $\beta = \frac{\lambda}{m_e}$

$$\Leftrightarrow \vec{r} = \frac{-e\vec{E}_l^0 e^{-j\omega t}}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2 - j\beta \omega)}$$

Le système "noyau + e^- " présente un moment dipolaire

$$\vec{p} = -e\vec{r} = \frac{e^2 \vec{E}_l^0 e^{-j\omega t}}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2 - j\beta \omega) \epsilon_0}$$

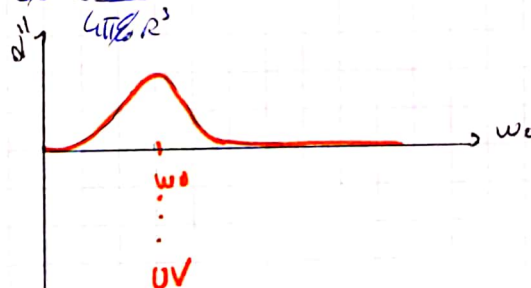
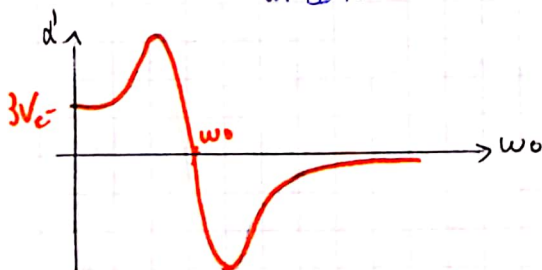
$$\Rightarrow \underline{\alpha(\omega)} = \frac{e^2}{m_e \epsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2 - j\beta \omega)} \quad \text{polarisabilité complexe}$$

Pour $\omega \rightarrow 0$ $\underline{\alpha(\omega)} = \alpha' = \frac{e^2}{m_e \epsilon_0 \omega_0^2} = \frac{e^2}{m_e \epsilon_0 \frac{k}{m_e}} = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 R^3}$

$$\underline{\alpha(\omega)} = \alpha'(\omega) + j\alpha''(\omega)$$

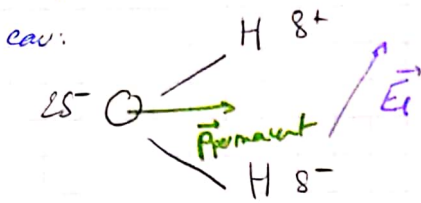
↪ polarisation ↪ dissipation

avec $k = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 R^3} \Rightarrow \alpha' = \frac{e^2}{\epsilon_0 \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 R^3}} = 4\pi R^3 = 3V_{\text{électron}}$

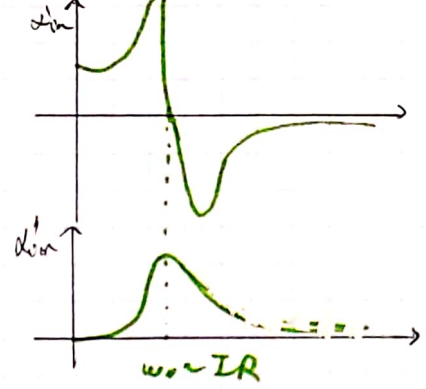


→ Composante conique m étudie et on remplace $m_e \rightarrow m_{ion}$
 $\omega_0 \sim \frac{1}{\sqrt{m}} \ll \omega_{electronique}$

→ Composante orientation



Si $\vec{p} \cdot \vec{E} \ll k_B T$
 alors linéarité entre $\vec{p}$ et $\vec{E}$
 $\hookrightarrow \text{eff} \rightarrow \omega \sim \text{GHz}$



2- Puissance fournie par une onde E.M dans un diélectrique

Diélectrique Volume V

Onde EM $\Rightarrow \vec{E}(M) \sim \vec{E}'(M)$

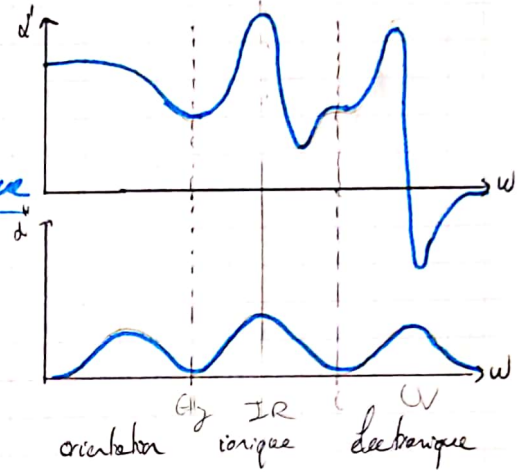
$$P_{\text{fourni ds milieu}} = \iiint_V \vec{J}_P \cdot \vec{E} dV \quad \text{avec } j_P = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$$

$$P_{\text{fourni}} = \iiint_V \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \cdot \vec{E} dV \quad \vec{P} = \epsilon_0 n \alpha \vec{E}$$

En complexe : $\vec{P} = \epsilon_0 n (\alpha'(\omega) + j\alpha''(\omega)) \vec{E}$

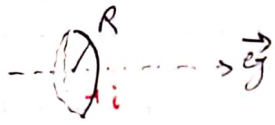
$$\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = -j\omega \epsilon_0 n (\alpha' + j\alpha'') \vec{E} = (\omega \epsilon_0 n \alpha'' - j\omega \epsilon_0 n \alpha') \vec{E}$$

$$\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \cdot \vec{E} \Rightarrow \text{partie réelle } \alpha'' \rightarrow P_{\text{fourni}} \propto \alpha''$$



Chapitre 7: Champ $\vec{B}$ dans les milieux.

Rapels: Magnétostatique



Moment magnétique $\vec{\mu} = SI \vec{e}_z$
 $r \gg R \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 SI}{2\pi r^3} \vec{e}_z$

Pour un aimant $|\vec{B}| \propto \frac{1}{r^3} \Rightarrow \vec{\mu}_{aimant} \propto \vec{e}_z \propto k A \cdot l \Rightarrow$ sources de moment magnétique dans la matière.

Electrique

$\vec{E}_0$
 $\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dv}$
 $\chi_e (\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E})$



Magnétique

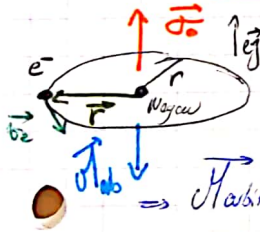
$\vec{B}_0$
 aimantation $\rightarrow \vec{M} = \frac{d\vec{\mu}}{dv}$
 $\chi_m \vec{H} = \chi_m \frac{\vec{B}}{\mu_0}$

$\vec{J}_a$: densité surfacique de courant $A \cdot m^{-2}$
 $\vec{J}_v$: densité volumique de courant $A \cdot m^{-2}$

$I = \int \vec{J}_a \cdot \vec{n} dl$
 $\vec{J}_v$ $\rightarrow \vec{J} = \int \vec{J}_v \cdot d\vec{s}$

I. Sources microscopiques de moment magnétique

1. Moment magnétique orbital



Moment circulaire orbital: $\vec{J}_{orbital} = m_e \vec{r} \wedge \vec{v}_e = m_e r v_e \vec{e}_z$

$\vec{J}_{orbital} = \pi r^2 \left(\frac{-e}{T} \right) \vec{e}_z$ avec $T = \frac{2\pi r}{v_e}$

$\Rightarrow \vec{J}_{orbital} = -\frac{e r v_e}{2\pi} \vec{e}_z = -\frac{e r v_e}{2} \vec{e}_z \Rightarrow \boxed{\vec{J}_{orbital} = \left(\frac{-e}{2m_e} \right) \vec{J}_{orbital}}$

facteur géomagnétique

2. Moment magnétique intrinsèque.

Les particules ont un spin $\equiv$ moment circulaire intrinsèque $\vec{J}_{spin}$.

$\vec{J}_{spin} = \left(g \right) \frac{-e}{2m_e} \vec{J}_{spin}$

facteur de Landé propre à chaque particule ($g=2$ pour $1e^-$)

Pour un atome, on a une somme de contributions orbitales et intrinsèques (spin)

$\vec{J}_{total} = g \frac{-e}{2m_e} \vec{J}_{total}$
 $1 < g_{atome} < 2$

3. Quantification du moment circulaire et du moment magnétique

On applique $\vec{B}$ à $\vec{e}_z \Rightarrow$ direction de référence

$m = m_l$ $|\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)} \hbar$ avec $m \in \{-J, -J+1, \dots, J-1, J\}$

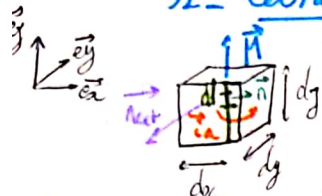
Cas $1e^-$; $J = \frac{1}{2} \rightarrow \vec{J} = \begin{pmatrix} 1/2 \hbar \\ -1/2 \hbar \end{pmatrix}$

$\rightarrow \mu_J = g \frac{e}{2m_e} \hbar = -g \mu_B \left(\frac{e\hbar}{2m_e} \right)$

$\mu_B = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 9.10 \cdot 10^{-31}} \sim 10^{-23} \text{ J.T}^{-1}$
 $= 9.3 \cdot 10^{-24} \text{ J.T}^{-1}$
 $\mu_B = \text{moment magnétique de Bohr}$

II - Approche méso/macroscopique

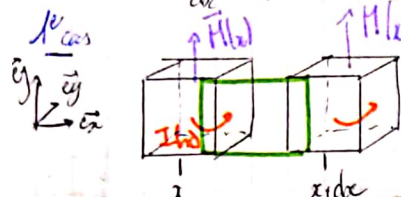
1. Courants d'aimantation



$d\vec{J} = \vec{H} dx dy dz = I dx dy \vec{e}_z$ et $I = i dx dy$

donc $\vec{H} dx dy dz = i dx dy dz \vec{e}_z \Rightarrow \vec{H} = i \vec{e}_z \Rightarrow \boxed{i = \vec{H} \cdot \vec{n}}$

$\vec{J} = \vec{P} \cdot \vec{n}$

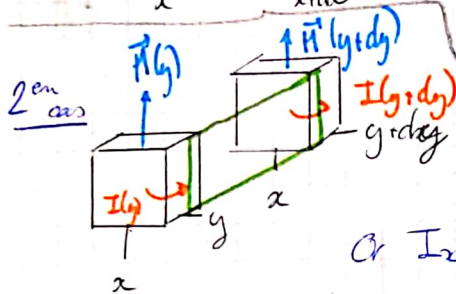


$\vec{H}(x+dx) \rightarrow$ Aimantation inhomogène

$I_y(z) = I(x) - I(x+dx) = H(x) dy - H(x+dx) dy = -\frac{\partial H}{\partial x} dx dy$

Or $I_y = \iint_{\text{surface}} \vec{J} \cdot \vec{e}_y dS = j_y dx dz$

$\Rightarrow j_y dx dz = -\frac{\partial H}{\partial x} dx dy \Rightarrow \boxed{j_y = -\frac{\partial H}{\partial x}}$



$I_x = I(y+dy) - I(y) = H(y+dy) dz - H(y) dz = \frac{\partial H}{\partial y} dy dz$

Or $I_x = \iint_{\text{surface}} \vec{J} \cdot \vec{e}_x dS = j_x dy dz$ donc $\boxed{j_x = \frac{\partial H}{\partial y}}$

$\boxed{\vec{J} = \text{rot } \vec{H}}$
 $\sim \varphi = -\text{div } \vec{P}$

$\begin{pmatrix} \frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{\partial H}{\partial y} \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial H}{\partial y} \\ -\frac{\partial H}{\partial x} \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{J}$

2. Vecteur excitation magnétique ($\vec{H}$) - Relations constitutives

$\vec{H} \propto$ régime permanent : $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 (\vec{j}_{\text{free}} + \vec{j}_a) = \mu_0 (\vec{j}_{\text{opérateur}} + \text{rot } \vec{H})$
 $\hookrightarrow$ maintenir par expérimentateur

$\Leftrightarrow \text{rot } \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H} \right) = \vec{j}_{\text{opérateur}}$

$\vec{H}$ excitation magnétique

$\Rightarrow \boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H}} \Leftrightarrow \boxed{\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_{\text{op}}}$

* régime variable (le général)

$\hookrightarrow$ courants de polarisation $\rightarrow$ courant de déplacement

$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 (\vec{j}_{\text{op}} + \vec{j}_a + \vec{j}_{\text{polarisation}} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$

$= \mu_0 (\vec{j}_{\text{op}} + \text{rot } \vec{H} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$

$\Leftrightarrow \boxed{\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_{\text{op}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$

avec $\boxed{\vec{D} = \vec{P} + \epsilon_0 \vec{E}}$

$\rightarrow$ Relations constitutives.

* Milieu faiblement magnétique

A T ambiante et $|\vec{B}| < 1 \text{ T} \rightarrow \vec{M} = \chi_m \frac{\vec{B}}{\mu_0}$

$\rightarrow$ Milieu $\chi_m < 0$ - diamagnétique

$|\chi_m| \sim 10^{-3} \text{ aux } 10^{-6} \text{ (solide liquide)}$

→ Milieu $\chi_m > 0$: paramagnétique

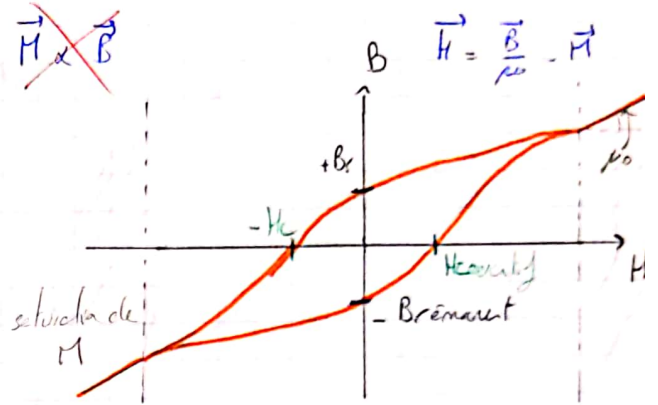
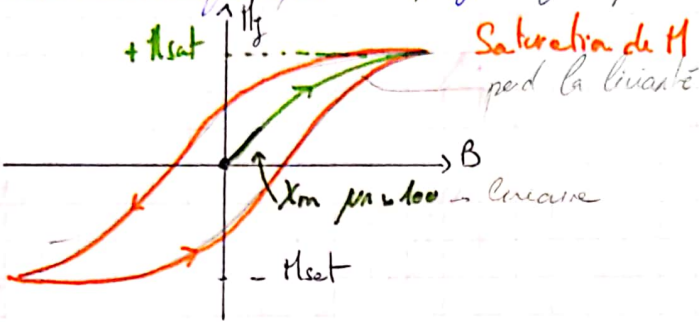
$\chi_m \sim 10^{-2} - 10^{-3}$ $\chi_m \sim \frac{1}{T(K)}$ Loi de Curie

$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \frac{\chi_m}{\mu_0} \vec{B} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} (1 - \chi_m) = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r}$ avec $\mu = \frac{1}{1 - \chi_m}$ $\mu < 1$ diamag $\mu > 1$ paramag

On fixe $\vec{J}_{\text{ext}} \rightarrow \vec{H}$ est fixé

$|\vec{B}_{\text{dia}}| < |\vec{B}_0|$, $|\vec{B}_{\text{pm}}| > |\vec{B}_0|$

* Milieu faiblement magnétique : corps ferromagnétique



• Si $T < T_c$ (T_c de Curie)

On a $\vec{M} \neq \vec{0}$ avec $\vec{B}_0 = \vec{0}$!!



Effet Barkhausen

• Si $T > T_c$ seulement

On a $\vec{M} = \vec{0}$ si $\vec{B}_0 \neq \vec{0} \rightarrow$ paramagnétique

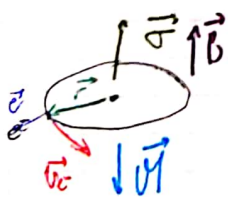
$\chi_m \propto \frac{1}{T - T_c}$ Loi de Curie - Weiss.

III - Modèles physiques des milieux magnétiques.

1. Diamagnétisme.

$\vec{M} = \chi_m \frac{\vec{B}}{\mu_0} \rightarrow \chi_m < 0$ Origine physique = induction

Modèle EA + mécanique.



à t donné, on applique $\vec{B} \propto \vec{J} \propto \vec{e}_y$

$\vec{B}$ varie dans le temps $\Rightarrow \vec{E}$ induit $\Rightarrow \text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$\vec{J}_{\text{induc}} = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 m} \vec{v}$

$\vec{B}$ homogène colinéaire à $\vec{e}_y$

$\vec{A} = \frac{B_r}{2} \vec{e}_\phi \rightarrow \vec{E}_i = - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (B_r) \vec{e}_\phi$

$(B \vec{e}_y = \text{rot} \vec{A}) \vec{J}_{\text{induc}} = -c \vec{E}_i = \frac{e}{2} \frac{\partial}{\partial t} (B_r) \vec{e}_\phi$

Hyp: $r = a_0 \rightarrow \vec{j}_{\text{iso}} = \frac{e}{2} r \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \vec{e}_\theta$

$\hookrightarrow |\vec{j}_{\text{iso}}| \gg |\vec{j}_{\text{iso}}|$

$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \gg \frac{e}{2} r \frac{\partial B}{\partial t} \Leftrightarrow \frac{\partial B}{\partial t} \ll \frac{1}{2} \frac{e}{\pi\epsilon_0 r^3} \sim \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot \pi \cdot 10^{-34} \cdot 10^{-30}} \sim 10^{22} \text{ T.s}^{-1}$
 $\hookrightarrow$ hyp ok

P.D. sur e^- : $m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{j}_{\text{iso}} + \vec{j}_{\text{iso}}$

1/c $\vec{e}$: $m_e \frac{dv_e}{dt} = \frac{er}{2} \frac{\partial B}{\partial t} \Leftrightarrow \frac{dv_e}{dt} = \frac{er}{2m_e} \frac{\partial B}{\partial t} \Leftrightarrow \Delta \vec{v} = \frac{er}{2m_e} B$

$\Leftrightarrow \Delta \vec{\sigma} = m_e r \Delta \vec{v} \vec{e}_y = \frac{m_e e r^2}{2m_e} B \vec{e}_y$

$\hookrightarrow \Delta \vec{\sigma} = \frac{-e}{2m_e} \Delta \vec{\sigma} = \frac{-e^2 r^2}{4m_e} B \vec{e}_y$

$\Delta \vec{M} = \frac{d\vec{\sigma}}{dv}$ or $dv = \frac{1}{n} \Rightarrow \Delta \vec{M} = n \Delta \vec{\sigma}$ atomes par atome
densité volumique $\sim 10^{26} - 10^{29} \text{ atome m}^{-3}$

$\rightarrow \Delta \vec{M} = \frac{-n e^2 r^2}{4m_e} B \vec{e}_y$

$\rightarrow \Delta \vec{M} = \left(\frac{-n e^2 r^2 \mu_0}{4m_e} \right) \frac{B}{\mu_0} \vec{e}_y$
 $\chi_m < 0$

AN: $\chi_m \approx \frac{10^{29} (1,6 \cdot 10^{-19})^2 10^{-20} 4\pi 10^{-7}}{4 \cdot 10^{-30}} \sim 10^{-5}$
 $\Rightarrow$ Tous les milieux présentent des propriétés diamagnétiques (mais elles sont pas toujours prédominantes)

2. Paramagnétisme

Un système (atome) à 2 états pour $\vec{\sigma}_y$ ($\vec{B} \times \vec{e}_y$)

$\hookrightarrow \sigma_y = \pm \frac{1}{2} g \mu_B = \pm \mu$ $\mu \mu_B \sim 10^{-23} \text{ J.T}^{-1}$

Energie potentielle d'interaction $\vec{M}$ et $\vec{B}$ $E_p = -\vec{M} \cdot \vec{B} = \begin{cases} -\mu B & \text{si } \uparrow \\ +\mu B & \text{si } \downarrow \end{cases}$

+ eq thermo avec un thermostat à la température T

$\overline{\sigma_y} = \frac{+\mu e^{\frac{\mu B}{kT}} - \mu e^{\frac{-\mu B}{kT}}}{e^{\frac{\mu B}{kT}} + e^{\frac{-\mu B}{kT}}} = \mu \frac{e^{\frac{\mu B}{kT}} - e^{\frac{-\mu B}{kT}}}{e^{\frac{\mu B}{kT}} + e^{\frac{-\mu B}{kT}}} = \mu \tanh \frac{\mu B}{kT}$

$\boxed{\overline{M} = \mu \tanh \frac{\mu B}{kT}}$

A T ambient $k_B T \sim 10^{-21} \text{ J}$, $B_{\text{ext}} \sim 1 \text{ T}$, $\mu B \sim 10^{-23} \text{ J} \sim 10^{-23} \text{ J}$

$\mu B \ll k_B T$ et $\frac{\mu B}{k_B T} \ll 1 \rightarrow \tanh x \sim x \Rightarrow M = \frac{\mu^2 n}{k_B T} B = \left(\frac{\mu^2 n \mu_0}{k_B T} \right) \frac{B}{\mu_0}$

AN: $\chi_m \sim \frac{10^{-46} \cdot 10^{29} \cdot 4\pi 10^{-7}}{10^{-21}} \sim 10^{-2}$ $\rightarrow$ prédomine / diamagnétisme

$\chi_m > 0$
 $\sim \frac{1}{T}$

3- Ferromagnétisme

Origine physique des processus d'alignement des moments magnétiques voisins.

- Couplage d'échange $\vec{J}_i, \vec{J}_j$, on montre $E_p \sim \frac{\mu \cdot \sigma \sigma'}{4\pi d^3} \sim \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-46}}{4\pi \cdot 10^{-30}} \sim 10^{-23} \text{ J}$
 Le plus responsable du caractère ferromagnétique du métal $\Rightarrow E_p \ll k_B T$

Origine quantique du ferromagnétisme $\rightarrow E_p = - J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$

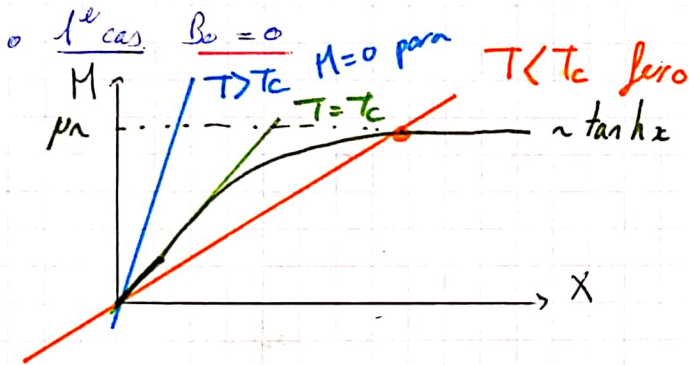
$J > 0 \Rightarrow$ ferromagnétisme $\uparrow\uparrow\uparrow$
 $J < 0 \Rightarrow$ ferrimagnétisme $\uparrow\downarrow\downarrow$

Approche "champ moyen" (Weiss)

$\vec{B} = \vec{B}_0 + \lambda \vec{M}$ champ magnétique moyen de réponse des milieux ferromagnétiques

$$\rightarrow M = \mu n \tanh\left(\frac{\mu}{kT} (B_0 + \lambda M)\right) \Rightarrow \begin{cases} M = \mu n \tanh X \\ M = \frac{X kT}{\mu \lambda} - \frac{B_0}{\lambda} \end{cases}$$

- Ferro $T < T_c$ $M \neq 0$ si $B_0 = 0$



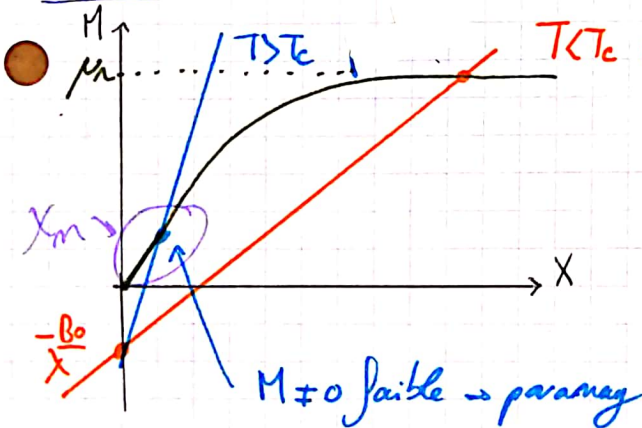
$$M = \frac{kT}{\mu} X$$

à $T = T_c$

$$\begin{cases} M = \frac{kT_c}{\mu \lambda} X \\ M \approx \mu n X \end{cases}$$

$$\frac{k_B T_c}{\mu \lambda} = \mu n \rightarrow T_c = \frac{\mu^2 n \lambda}{k_B}$$

- 2^{ème} cas $B_0 \neq 0 > 0$



$B_0 = 0 \Rightarrow$ Transition de 1^{er} ordre
 $B_0 \neq 0 \Rightarrow$ 2^{ème} ordre

$$T > T_c \Rightarrow \begin{cases} M \approx \mu n X \\ M = \frac{X kT}{\mu \lambda} - \frac{B_0}{\lambda} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow X = \frac{M}{\mu n}$$

donc $M = \frac{kT}{\mu^2 n \lambda} M - \frac{B_0}{\lambda}$

$$\Leftrightarrow M \left(\frac{kT}{\mu^2 n \lambda} - 1 \right) = \frac{B_0}{\lambda}$$

$$\Leftrightarrow M \left(\frac{T}{T_c} - 1 \right) = \frac{B_0}{\lambda} \Leftrightarrow M = \frac{T_c}{\lambda} \frac{1}{T - T_c} B_0 = \frac{T_c \mu_0}{\lambda} \left(\frac{1}{T - T_c} \right) \frac{B_0}{\mu_0}$$

$\Rightarrow$ Dans les 2 cas si $T \nearrow$ on passe de ferro à para

Loi de Curie Weiss