

# L18 : Interférométrie à division d'amplitude

## Sommaire

---

1	Principe de la division d'amplitude .....	2
1.1	Localisation des interférences .....	2
1.2	Différents interféromètres à division d'amplitude .....	3
2	Interféromètre de Michelson .....	4
2.1	Présentation du dispositif et principe .....	4
2.2	Configuration en lame d'air .....	6
2.3	Application à la mesure du doublet du Sodium .....	8
2.4	Configuration du coin d'air .....	9

---

Niveau : PC

### Prérequis

- Optique géométrique
- Optique ondulatoire
  - Interférences à 2 ondes
  - Division du front d'onde
  - Notion de cohérence

**INTRODUCTION** Dans cours précédent on a vu interférences à 2 ondes en optique et on a parlé de deux types d'interféromètres :

- Division du front d'onde : surface d'onde qu'on modifie (objet du cours précédent)
- Division d'amplitude : séparation du faisceau selon plusieurs voies - division énergétique

On a utilisé une source ponctuelle modélisée par une fente source très réduite.

**Expe quali** : Fentes Young avec source monochromatique (blanche + filtre interférentiel) + diaphragme et on visualise interférences à caméra, sinon sur dépoli.

- On observe des interférences délocalisées (en bougeant écran)
  - Si on ouvre le diaphragme => on étend la source => Observation : brouillage => perte de contraste => problème de cohérence spatiale (car on a un ensemble de sources primaires incohérentes => on somme les éclairissements)
- => Problématique car limite sur la taille de la source et donc sur l'intensité lumineuse

=>> d'où la division d'amplitude = division énergétique (où on s'affranchit du problème de cohérence spatiale)

# 1 Principe de la division d'amplitude

## 1.1 Localisation des interférences

### 1.1.1 Condition de non brouillage

Pour éviter le brouillage, il faut que la position du point source n'influe pas sur la figure d'interférence  $\Rightarrow$  2 points sources différents on le même chemin optique  $\Rightarrow$  ddm dépend quasiment pas du point source considéré.

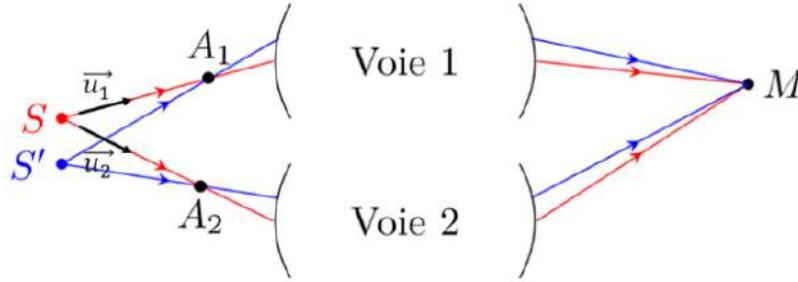


Figure 1

On considère :

- 2 points sources S et S' appartenant à la même source étendue (l'écran est bien placé pour que la ddm des rayons arrivant en M ne dépend pas du fait qu'ils viennent de S et S')
- 2 rayons 1 et 2 issus de S interfèrent en M  $\Rightarrow \delta(S, M)$   
2 rayons 1' et 2' issus de S' interfèrent en M  $\Rightarrow \delta(S', M)$
- $A_1$  et  $A_2$  : intersection de 1 et 1', et 2 et 2'
- $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  : vecteurs unitaires de  $\vec{SA}_1$  et  $\vec{SA}_2$

On veut que la figure d'interférence issue des rayons de S se superpose avec celle de S'  $\Rightarrow \delta(S, M) = \delta(S', M)$

$\Rightarrow$  Variation de ddm :  $\Delta\delta(m) = \delta(S', M) - \delta(S, M) = 0$

Dans air  $\Rightarrow n = 1 \Rightarrow$  chemin optique revient à la longueur.

$$\delta(S, M) = (SA_2M) - (SA_1M) = SA_2 + (A_2M) - SA_1 - (A_1M) \quad (1)$$

$$\delta(S', M) = (S'A_2M) - (S'A_1M) = S'A_2 + (A_2M)' - S'A_1 - (A_1M)' \quad (2)$$

On suppose interféromètre parfaitement stigmatique  $\Rightarrow$  2 rayons issus de  $A_1$  et arrivent en M est rigoureusement le même chemin optique  $\Rightarrow (A_1M)' = (A_1M)$  (de même  $(A_2M)' = (A_2M)$ )

$$\Delta\delta(M) = [S'A_2 - S'A_1] - [SA_2 - SA_1] = [S'A_2 - SA_2] - [S'A_1 - SA_1] \quad (3)$$

Pour rayon 1 : hyp : sources proches (source peu étendue)  $\Rightarrow S'S \ll SA_1$  (terme barré  $S'A_1$ )

$$S'A_1 = \|\vec{SA}_1\| = \|\vec{S'S} + \vec{SA}_1\| = \sqrt{(\vec{S'S} + \vec{SA}_1)^2} = \sqrt{S'S^2 + 2\vec{S'S} \cdot \vec{SA}_1 + SA_1^2} \quad (4)$$

$$S'A_1 = \|\vec{SA}_1\| \sqrt{\frac{S'S^2}{SA_1^2} + \frac{2\vec{S'S} \cdot \vec{SA}_1}{SA_1^2} + 1} \quad (5)$$

DL ordre 1  $S'A_1 \approx \|\vec{SA_1}\| \left(1 + \frac{1}{2} \frac{2\vec{S}'\vec{S} \cdot \vec{SA_1}}{SA_1^2}\right) \implies S'A_1 = SA_1 + \vec{S}'\vec{S} \cdot \vec{u}_1$  avec  $\vec{u}_1 = \frac{\vec{SA_1}}{\|\vec{SA_1}\|}$

On a donc :

$$S'A_1 - SA_1 = \vec{S}'\vec{S} \cdot \vec{u}_1 \quad (6)$$

$$S'A_2 - SA_2 = \vec{S}'\vec{S} \cdot \vec{u}_2 \quad (7)$$

D'où  $\Delta\delta(M) = \vec{S}'\vec{S} \cdot (\vec{u}_2 - \vec{u}_1)$

Pour avoir  $\Delta\delta(M) = 0$  :

- $\vec{S}'\vec{S} \perp (\vec{u}_2 - \vec{u}_1)$  : source étendue dans direction  $\perp$  aux rayons qui interfèrent  $\implies$  comme fentes Young avec source étendue verticale (interférences délocalisées)  $\implies$  contraint géométriquement source  $\implies$  pas pratique
- $\vec{S}'\vec{S} = \vec{0}$  : source ponctuelle (pas intéressant ici)
- $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$  : rayons qui interfèrent issus du même rayon incident  $\implies$  **division d'amplitude**

### 1.1.2 Théorème de localisation

Pour avoir des interférences contrastées avec source étendue  $\implies$  rayons doivent venir du même rayon incident

$\implies$  division d'amplitude

$\implies$  rayons interfèrent des rayons précise de l'espace (sur une surface de localisation)  $\implies$  interférences localisées

$\implies$  Division d'amplitude permet de s'affranchir de la cohérence spatiale mais avec la contrepartie de la localisation des interférences.

## 1.2 Différents interféromètres à division d'amplitude

### 1.2.1 Michelson

On va l'étudier dans la leçon

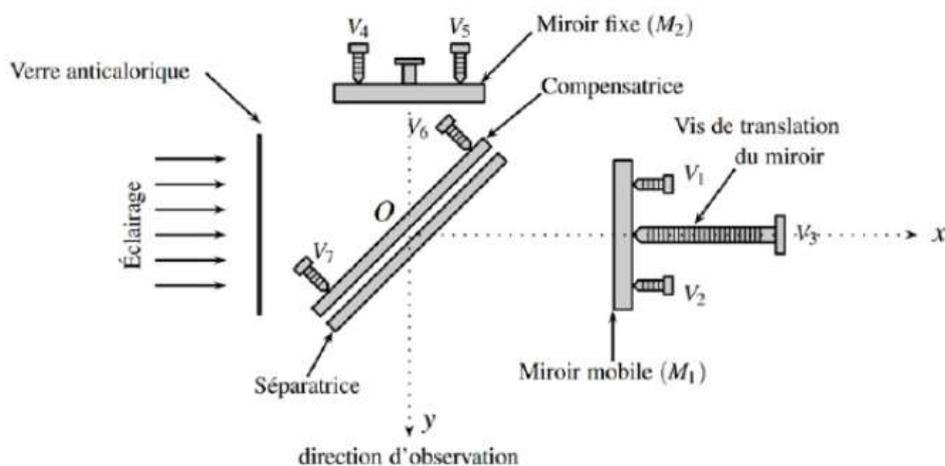


Figure 2

### 1.2.2 Mach-Zender

2 voies comme le Michelson, mais chaque rayon passe 1 fois à 1 endroit (au contraire de Michelson) => permet de mesurer des différences de phase (on ajoute un objet de phase dans un bras => ddm)

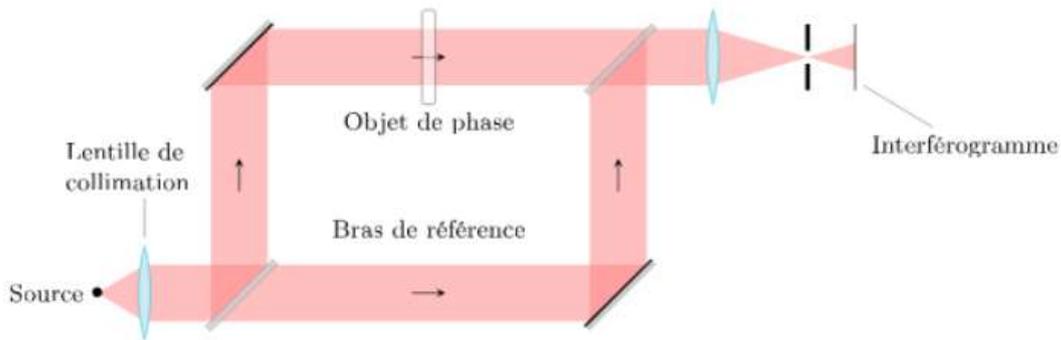


Figure 3

### 1.2.3 Fabry-Perot

2 miroirs semi-réfléchissants (haut coeff de réflexion) => multiples allers-retours dans la cavité => interférences à N ondes => Grande finesse - précision

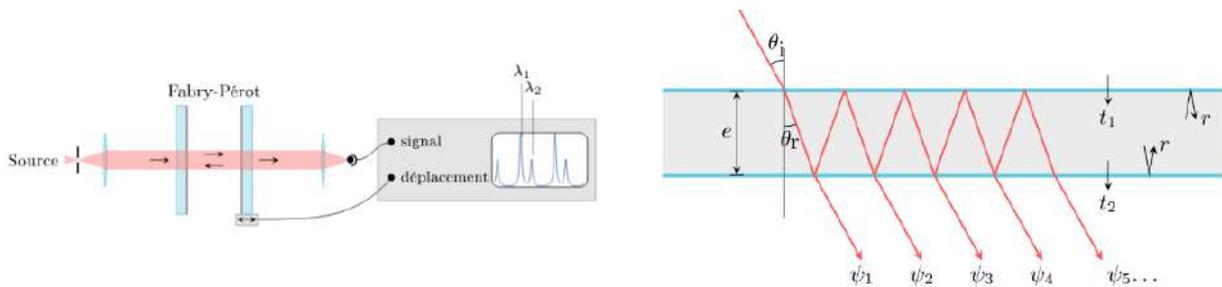


Figure 4

## 2 Interféromètre de Michelson

### 2.1 Présentation du dispositif et principe

Historique : Albert Michelson (prix Nobel 1907) voulant l'utiliser pour vérifier la loi de composition des vitesses en mesurant la vitesse d'entraînement de la lumière dans ref terrestre => résultat négatif (pas éther) => théorie de la relativité Einstein

Application : mesure de grande précision comme LIGO qui détecte onde gravitationnelle en 2015 (théorie d'Einstein)

Dispositif :

- verre anticalorique : absorbe IR pour protéger optiques de l'interféromètre

- dispositif séparateur
- Miroir M1 mobile grâce à vis 3 (chariot) et réglable avec vis grossières
- Miroir M2 fixe avec vis fines pour orientation

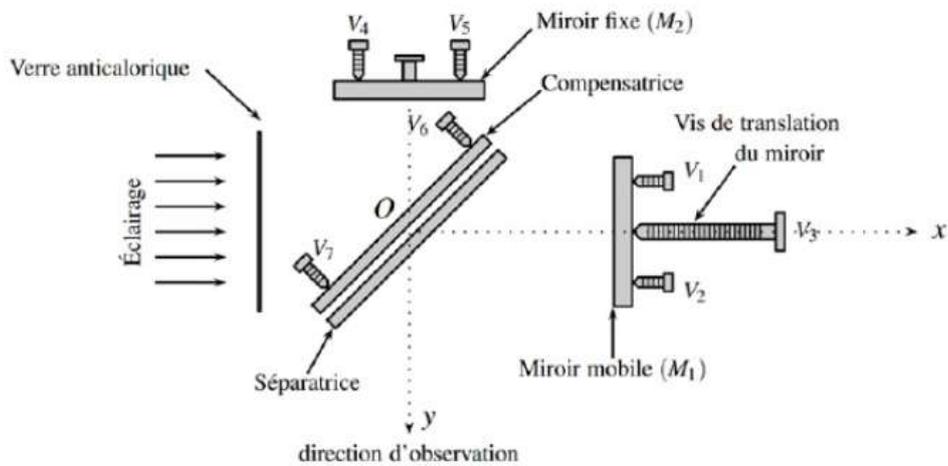


Figure 5

Schéma de principe :

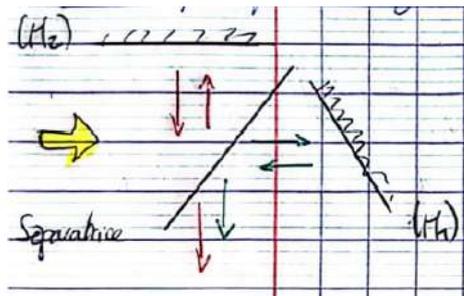


Figure 6

- Voie 1 (vert) : lumière incidente transmise par (Sp) puis réfléchi par (M1) et réfléchi par (Sp)
- Voie 2 (rouge) : lumière incidente réfléchi par (Sp) puis réfléchi par (M2) et transmise par (Sp)

Dispositif séparateur conçu pour réfléchir 50% et transmettre % de l'éclairement incident => on divise le flux énergétique/éclairage => division d'amplitude => moitié éclairage vers sortie et l'autre vers source

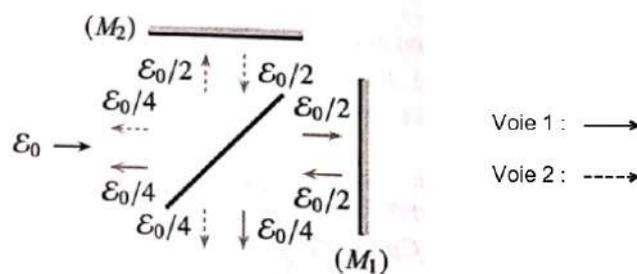


Figure 7

Dispositif séparateur :

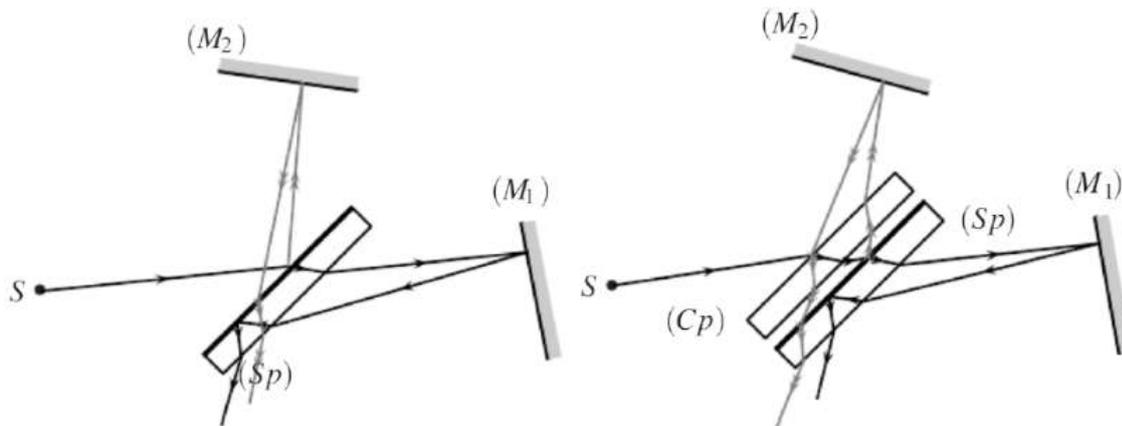


Figure 8

- **Lame séparatrice** : divise faisceau incident en 2 faisceaux d'éclairement de moitié
  - rayon 1 passe 3 fois par lame
  - rayon 2 passe 1 fois par lame
  - => différence de chemin optique => ddm or  $n(\lambda)$  de la lame => pas pratique pour lumière polychromatique (déplacer simplement le miroir pour compenser la ddm ne suffit pas car plusieurs  $\lambda$ )
- **Lame compensatrice** pour compenser la ddm (identique à lame séparatrice juste sans traitement de surface pour pas réfléchir)

On crée 2 sources => hyperboloïde :

- lame d'air : anneaux
- coin d'air : frange d'égale épaisseur

## 2.2 Configuration en lame d'air

$$(M_1) \perp (M_2)$$

### 2.2.1 Localisation des interférences

Expérimentalement, on voit qu'elles sont localisées (là où les rayons interfèrent) à l'infini : peu visibles en sortie, si on s'éloigne => visibilité augmente ==> on ajoute une lentille avec foyer image au niveau de l'écran = on ramène les interférences de l'infini sur l'écran

### 2.2.2 Schéma du dispositif

On éclaire avec une source étendue : on considère une source ponctuelle S appartenant à cette source => position des sources secondaires ?

- Voie 1 :  $S \Rightarrow S'1$  (image de S /  $(M_1)$ ) =>  $S1$  (image de  $S'1$  /  $(S_p)$ )
- Voie 2 :  $S \Rightarrow S'2$  (image de S /  $(S_p)$ ) =>  $S2$  (image de  $S'2$  /  $(M_2)$ )

Sur la figure on voit une symétrie du dispositif /  $S_p \Rightarrow (M'_1)$  symétrique de  $(M_1)$  /  $(S_p) \Rightarrow$  Configuration de l'interféromètre replié

=> **Épaisseur lame d'air** : distance entre  $(M'_1)$  et  $(M_2) = e \Rightarrow \boxed{S_1 S_2 = e}$

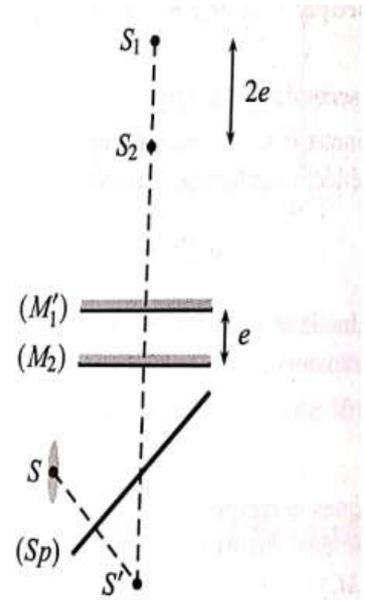
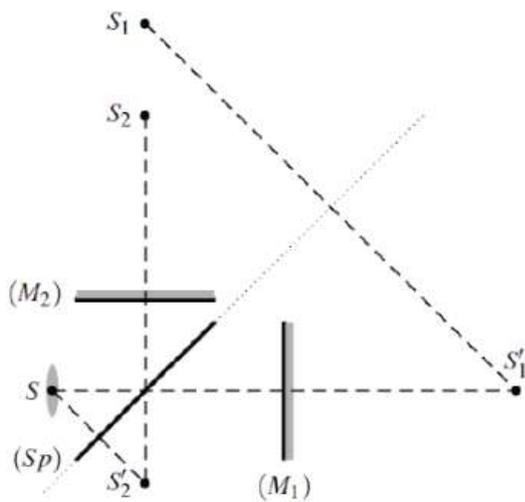


Figure 9

### 2.2.3 Calculs

On a 2 sources secondaires :

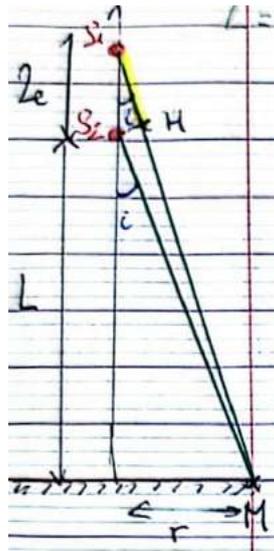


Figure 10

$$\delta(M) = (SM)_{voie1} - (SM)_{voie2} = (S_1M) - (S_2M) \quad (8)$$

On a H projeté orthogonal de  $S_2$  sur  $(S_1M) \Rightarrow (S_2M) = (HM)$

$$\Rightarrow \delta(M) = (S_1H) = nS_1H = 2necos(i) \quad (9)$$

Or, on est dans l'air  $\Rightarrow \boxed{\delta(M) = 2ecos(i)}$ .  
(autre calcul voir Dunod)

— Différence de phase :  $\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{4\pi necos(i)}{\lambda_0}$

— Ordre d'interférence :  $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{2necos(i)}{\lambda_0} \Rightarrow$  **ne dépend pas de la position de S**

— Eclairement :  $\varepsilon(M) = \frac{\varepsilon_0}{2}(1 + \cos(\Delta\varphi)) = \frac{\varepsilon_0}{2}(1 + \cos\frac{4\pi necos(i)}{\lambda_0})$

### 2.2.4 Franges d'égale inclinaison

- symétrie de révolution autour de axe ( $S_1S_2$ ) => franges d'interférences circulaires => anneaux
- $p(M)$  dépende que de  $i$  (inclinaison des rayons) => franges d'égales inclinaison (pour voir le plus de granges,  $i$  doit bcp varier => éclairage le plus convergent possible en lame d'air)
- Démo dans Dunod pour expression rayon des anneaux => on considère 1 anneau => à  $p$  fixé, si  $i$  diminue,  $e$  aussi. Or  $r_m = f(1 - \frac{\Delta}{e})$  =>  $\frac{\Delta}{z}$  augmente =>  $1 - \frac{\Delta}{e}$  diminue =>  $r_m$  diminue  
=> **Quand épaisseur lame d'air diminue => anneau rétrécit et finit par disparaître au centre figure interférence**

### 2.2.5 Contact optique

= épaisseur lame d'air nulle =>  $e = 0$  =>  $d_{dm} = 0$  => écran uniformément éclairé = **Teinte plate**

Les anneaux rentrent quand on s'approche du contact optique.

## 2.3 Application à la mesure du doublet du Sodium

Commencer par expérience

Lampe de Sodium pas parfaitement monochromatique : 2  $\lambda$  ( $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ ) distantes de  $\Delta\lambda$  très faible.

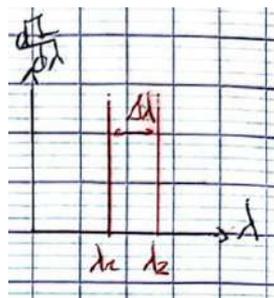


Figure 11

Expe : On se met au contact optique. Puis on chariotte => on observe des brouillages réguliers => **anticoïncidence** => pk ?

On a 2 sources pas synchrones (2  $\lambda$  différentes =>  $w$  différents) => ondes mutuellement incohérentes (prob de cohérence temporelle) => on additionne les éclairagements

$$\varepsilon_1(M) = \frac{\varepsilon_0}{2} (1 + \cos(\frac{2\pi\delta}{\lambda_1})) \quad (10)$$

$$\varepsilon_2(M) = \frac{\varepsilon_0}{2} (1 + \cos(\frac{2\pi\delta}{\lambda_2})) \quad (11)$$

En posant  $\lambda_m = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$  et  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ .

En additionnant les éclairagements et avec  $\cos a + \cos b = 2\cos(\frac{a+b}{2})\cos(\frac{a-b}{2})$

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_0 (1 + \cos(\frac{2\pi\delta}{2} (\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}))) \cos(\frac{2\pi\delta}{2} (\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2})) \quad (12)$$

Or  $\lambda_1 \approx \lambda_2$  =>  $\lambda_m \approx \lambda_1 \approx \lambda_2$

$$- \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \approx \frac{2\lambda_m}{\lambda_m^2} \approx \frac{2}{\lambda_m}$$

$$- \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \approx \frac{\Delta \lambda}{\lambda_m^2}$$

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_0 \left( 1 + \cos\left(2\pi \frac{\Delta \lambda}{2\lambda_m^2} \delta\right) \cos\left(2\pi \frac{1}{\lambda_m} \delta\right) \right) \quad (13)$$

On a 2 périodicité :  $\lambda_m$  et  $\frac{\Delta \lambda}{2\lambda_m^2} \gg \lambda_m \implies 1 \cos$  varie vite et l'autre lentement  $\implies$  **battements**

Enveloppes : qd terme qui varie vite a ses positions extrémales  $\implies \varepsilon(M) = \varepsilon_0 (1 + /- \cos(2\pi \frac{\Delta \lambda}{2\lambda_m^2} \delta))$

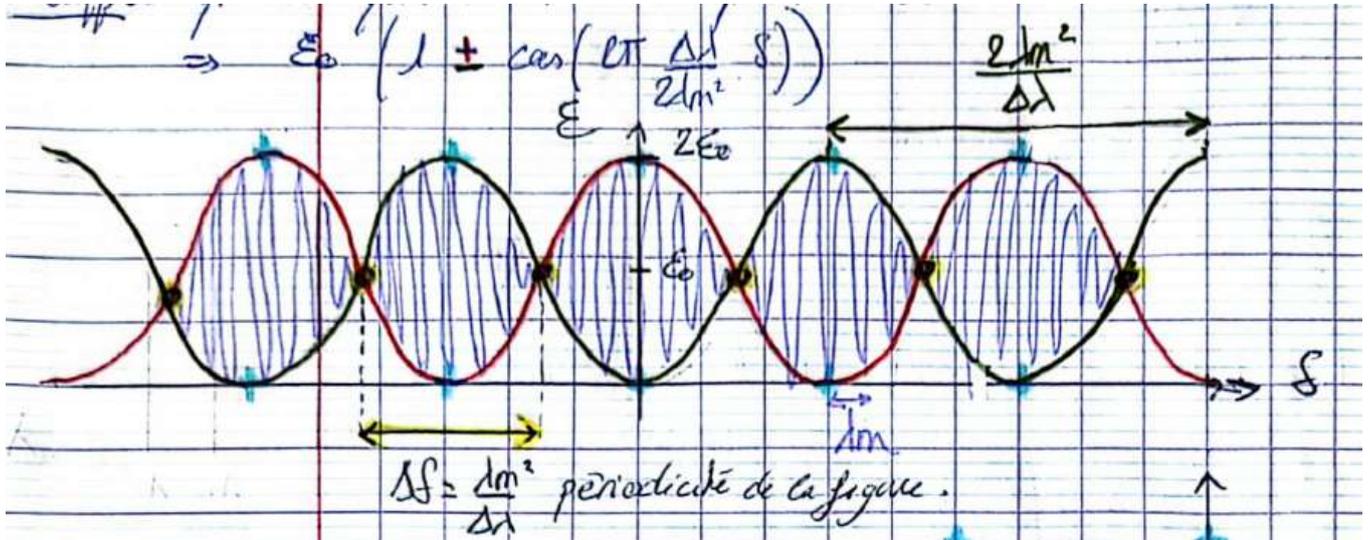


Figure 12

Contraste :  $C = \frac{\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}}{\varepsilon_{max} + \varepsilon_{min}} = |\cos(\pi \frac{\Delta \lambda}{\lambda_m^2} \delta)|$

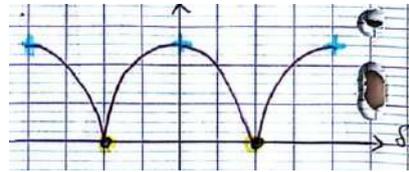


Figure 13

- Points jaunes  $C=0$  (et intersection des enveloppes)  $\implies$  frange brillante  $\lambda_1$  coïncide avec frange sombre de  $\lambda_2 \implies$  éclaircissement quasiment uniforme  $\implies$  **anticoïncidence** (brouillage)
- $C_{max}$  (max et min enveloppes)  $\implies$  franges brillantes de  $\lambda_1$  coïncident avec celles de  $\lambda_2 \implies$  **coïncidence**

$\Delta \delta$  : différence de ddm. or pour  $i=0$ ,  $\delta = 2e \implies \Delta \delta = 2\Delta e = \frac{\lambda_m^2}{\Delta \lambda}$  (avec  $\Delta e$  : variation épaisseur lame d'air)

Expérience quanti : on fait varier épaisseur de la lame d'air et on repères plusieurs anticoïncidences

Postions extrêmes :  $p_1 = 5.45\text{mm}$  et  $p_2 = 7.01\text{mm}$  pour 5 brouillages  $\implies \Delta e = \frac{p_2 - p_1}{5}$

$\implies \Delta \lambda = \frac{\lambda_m^2}{2\Delta e}$  avec  $\lambda_m = 589\text{nm}$  ( $\Delta \lambda_{tab} = 5.97 \cdot 10^{-10}\text{m}$ )

Incertitudes :  $u(\Delta e) = \frac{2u(p)}{5}$  avec  $u(p) = 5 \cdot 10^{-3}\text{m} \implies u(\Delta \lambda) = \Delta \lambda \frac{u(\Delta e)}{\Delta e}$

## 2.4 Configuration du coin d'air

$(M_1)$  et  $(M_2)$  pas perpendiculaires

### 2.4.1 Observations des franges

Configuration replié =>  $S_1$  et  $S_2$  à côté (comme fentes Young) => avec hyperboloïde on s'attend à des franges plutôt rectilignes.

Expérimentalement, interférences visibles max au niveau des miroirs => localisées proche des miroirs

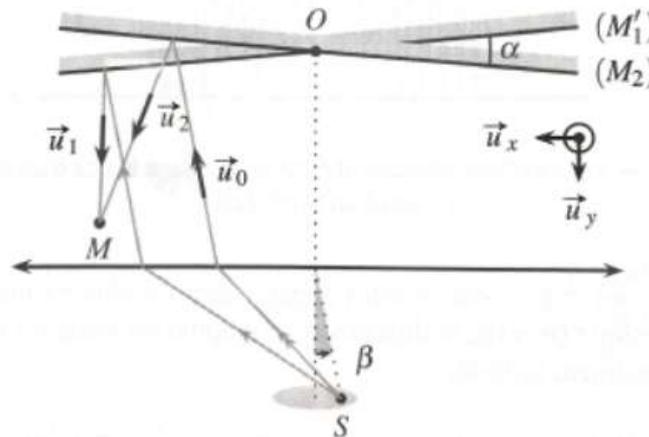


Figure 14

Sur schéma replié, les miroirs emprisonnent un coin d'air. Et intersection rayons proches des miroirs => surface de localisation (ou  $C=\max$ ) au voisinage des miroirs

On pose  $e(x) = \alpha x \Rightarrow p(M) = \frac{2ne(M)}{\lambda_0}$  et  $\delta(M) = 2ne(x) = 2n\alpha x$

### 2.4.2 Franges d'égale épaisseur

Pour une frange d'ordre interférence  $p$  :  $p(M) = \frac{2n\alpha x}{\lambda_0} \Rightarrow$  cette frange est associée à 1 épaisseur  $e$  fixée  $\Rightarrow$  la frange passe par tous les points où l'épaisseur est la même  $\Rightarrow$  **frange d'égale épaisseur**

Eclairement :  $\varepsilon(M) = \frac{\varepsilon_0}{2} \left( 1 + \cos\left(\frac{4n\pi\alpha x}{\lambda_0}\right) \right) \Rightarrow$  dépend de  $x \Rightarrow$  **franges rectilignes**

$\Rightarrow$  **franges rectilignes d'égale épaisseur**

Interfrange :  $i = \frac{\lambda_0}{2n\alpha}$

Rmq : plus  $l_c$  (longueur de cohérence temporelle)  $\Rightarrow$  plus facile observer  $\Rightarrow$  si  $l_c$  finie  $\Rightarrow$  défaut de cohérence temporelle

En lumière blanche ( $l_c$  très grande)  $\Rightarrow$  on peut mesurer petit objet comme lame de microscope : qd on ajoute la lame  $\Rightarrow$  interférences disparaissent  $\Rightarrow$  on chariotte pour les retrouver.

## CONCLUSION

- Interférométrie à division d'amplitude permet de s'affranchir des problèmes de cohérence spatiale  $\Rightarrow$  on peut utiliser des sources étendues  $\Rightarrow$  plus de luminosité
- Contrepartie  $\Rightarrow$  localisation des interférences
- Michelson permet mesures précises (ici orde  $10^{-10}\text{m}$ , même ondes gravitationnelles)
- Fabry-Perot même principe que Michelson lame d'air mais avec infinies ondes  $\Rightarrow$  très précis