

L15: Propagation guidée des ondes.

①

fin L2 ou L3

PREREQUIS

- Optique géométrique
- Optique ondulatoire
- Physique des ondes : relation de dispersion, v_g
- EM : eq de Maxwell
relation de passage

INTRODUCTION

Dans les cours précédentes, on a vu comment se déduit la propagation des ondes (dans 2 domaines de la P) à l'aide de l'eq de d'Alembert.
On a étudié la propagation libre.

Le caractère propagatif des ondes fait qu'elles sont utilisées pour le transport de l'information, notamment dans le domaine des télécommunications (transmission d'information par des moyens électroniques et informatiques).
Transport généralement fait avec ondes EM car vitesse propagat° élevée (par rapport à acoustique par ex)

Expe guid.

- passe dans un fil/d'axe de fibre
- ondes acoustique sans fibre
avec fibre $\rightarrow$ on voit l'onde à l'axe

Mais l'énergie des ondes se disperse dans toutes les directions $\Rightarrow$ complexité de transmission de l'info.

$\hookrightarrow$ Comment l'énergie des ondes ?

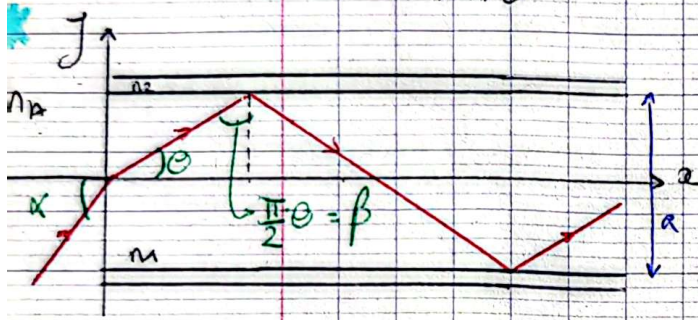
$\hookrightarrow$ en les guidant pour canaliser l'E et assurer un meilleur transport

On va voir conséquences du guidage sur la propagation.

I. Première approche: la fibre à saut d'indice

- Premières fibres optiques utilisées en médecine, sur le principe de la réflexion totale.
- Avec laser = source lumière ponctuelle, cohérente et directionnelle $\Rightarrow$ fibre optique privilégiée pour l'éclairage.

1. Condition de propagation (Approche géométrique).



* Fibre optique: - cœur épaisseur a et indice n_1
- gaine indice n_2

* On suppose que la lumière se propage en rayon lumineux (de d donnée)
 $\Rightarrow$ le rayon peut se réfracter et réfléchir aux interfaces selon lois de Snell-Descartes.

Pour simplifier l'étude: on restreint guidage au plan.

Pour guidage efficace, l'amplitude de l'onde ne doit pas être diminuée par réflexion:
 $\Rightarrow$ on doit être dans conditions de réflexion totale $\Rightarrow n_2 < n_1$

$\Rightarrow$ Guidage du rayon si il atteint interface cœur/gaine avec angle $\beta >$ angle de réfraction limite β_c au delà duquel il y a réflexion totale
 $\Rightarrow \sin \beta_c = \frac{n_2}{n_1}$ (car β_c de rayon réfracté $\Rightarrow \beta_2 = 90^\circ \Rightarrow \sin \beta_2 = 1$)

$$\boxed{\sin \beta_c = \frac{n_2}{n_1}}$$

$$\Rightarrow \sin \beta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) > \sin \beta_c = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \boxed{\cos \theta > \frac{n_2}{n_1}} \quad (1)$$

Expe quartz: fibre maison (fluorescence @ laser, vent)

on fait pénétrer laser (angle α) on voit que au delà d'un certain angle on a de la réflexion $\Rightarrow$ plus de réflexion totale $\Rightarrow$ xnum.

On cherche l'angle limite α_{num} on obtient le fibre pour avoir de la réflexion totale.

Entre air et coeur de la gaine: $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \theta$ avec $\theta = \pi - \frac{\pi}{2} - \beta$

$n_1 = 1 \Rightarrow \sin \alpha_{\text{crit}} = n_2 \sin(\frac{\pi}{2} - \beta) = n_2 \cos \beta$ (*)

Or $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$

$\hookrightarrow \cos \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$ (*)

(*) $\Rightarrow \alpha_{\text{crit}} = \arcsin \left(n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} \right) = \arcsin \left(\sqrt{n_1^2 - n_2^2} \right)$

Par réflexions successives, l'onde va être maintenue au coeur et guider le long de la direction x .

$\Rightarrow$ Utilisation d'interfaces ($\Rightarrow$ CL) judicieusement choisies permet le guidage de l'onde car son confinement dans 1 région restreinte de l'espace - sa propagation dans 1 direction donnée

2. Superposition d'ondes réfléchies - modes de propagation. (Approche interférentielle)

On se place maintenant dans le cadre de l'optique ondulatoire $\Rightarrow$ on associe une onde plane à chaque rayon lumineux.

On la suppose - monochromatique - m direction que celle du rayon.

$\Rightarrow$ Plan d'ondes $\perp$ à direction du rayon

* - du rayon entrant

--- réfléchi 2 fois
----- 4 fois

$\Rightarrow \neq$ plans d'ondes

pas nécessairement confondus.

$\Rightarrow$ Fibre contient une superposition d'ondes réfléchies qui interfèrent entre elles.
 $\Rightarrow$ si les interférences sont constructives $\Rightarrow$ atténuation de l'onde

$\Rightarrow$ Pour assurer condition de guidage il faut que ondes réfléchies interfèrent de façon constructive (= plans d'onde confondus) c-à-d qu'elles se superposent en phase $\Rightarrow \Delta \phi = p 2\pi$ avec $p \in \mathbb{N}$

$\hookrightarrow$ déphasage entre 2 ondes réfléchies successives.

$\hookrightarrow$ c par Fabry Perot

$\lambda_m = n\lambda = \text{longueur d'onde dans la gaine.}$
 $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_m} S$ avec $S \equiv$ chemin entre onde 2 ondes réfléchies.

De plus, les ondes étant planes $\Rightarrow$ il faut définir 1 référentiel de ϕ : on la prend = 0 par le plan d'onde passant par S_0 .

Par symétrie des dioptries sup et inf on a :

- S_1 sym de S_0 / dioptrie sup $\Rightarrow$ c source de l'onde réfléchi sur dioptrie sup

$$\Rightarrow S_0 S_1 = a$$

- S_2 sym de S_1 / dioptrie inf $\Rightarrow$ c source onde réfléchi sur dioptrie inf

$$\Rightarrow S_1 S_2 = 3a \Rightarrow S_0 S_2 = 2a$$

La $\Delta\phi$ entre onde issue de S_0 et celle de S_2
avec $(S_2 H) = n (S_0 H)$ et $\lambda_m = n\lambda$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_m} (S_2 H)$$

$$\Rightarrow \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} S_0 H$$

$$\text{avec } S_0 H = 2a \sin \theta$$

(H : projette $\perp$ de S_0 sur rayon réfléchi 2 fois, $S_0 H$ implémente)

$$\Rightarrow \Delta\phi = \frac{4\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

Or fibre a un nombre de réflexions ∞ = réseau ∞ de sources séparées de $2a$

$\Rightarrow$ Toutes ondes réfléchies sortent ϕ si : $\Delta\phi = \frac{4\pi a \sin \theta}{\lambda} = 2p\pi$ $p \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow$ Angles incidence permettant propagation dans la fibre ont des valeurs discrètes.

$$\sin \theta_p = \frac{p\lambda}{2a} \quad (2)$$

Chaque valeur de p = mode de propagation de la fibre optique

Rmq : toutes les λ ne peuvent pas se propager dans tous les modes car $\sin \theta_p < 1$.

$\Rightarrow$ 1 onde de λ donnée peut se propager dans le mode p que si $\lambda \leq \frac{2a}{p}$

$$\text{or } c = \lambda f = \lambda \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi c}{\omega} \Rightarrow \frac{2\pi c}{\omega} \leq \frac{2a}{p}$$

→ la fibre se comporte comme un passe haut

3

⇒ Polarisation de coupure basse anneau au mode p $\omega_c = p \cdot \frac{\pi c}{a} = \omega_{c,p}$

↳ dépend de a , donc de la taille du guide.

⇒ Taille du guide + angle de départ jouent un rôle sur nbre modes transmis.

Remq: seul mode $p=0$ n'a pas de polarisation de coupure. ($\omega_{c,0}=0$)

On peut étendre à $\omega_{c,0}=0 \Rightarrow$ mode 0 se propage toujours.

⇒ 2 conditions exprimées avec (1) et (2) sont nécessaires pour que l'onde puisse se propager.

$$\cos^2 \theta_p + \sin^2 \theta_p = 1 \Rightarrow \cos \theta_p = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_p} = \sqrt{1 - \frac{p^2 \lambda^2}{4a^2}} > \frac{n_2}{n_1} \quad \begin{matrix} (2) \\ (1) \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \frac{p^2 \lambda^2}{4a^2} < 1 - \frac{n_2^2}{n_1^2} \Rightarrow p < p_{\max} = \frac{2a}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}}$$

$p_{\max}$ = ordre max que peut emporter l'onde

⇒ nbre de mode permis est limité et dépend de

* a = diamètre du guide. (⊕ a grand ⇒ ⊕ modes permis)

* $\frac{n_2}{n_1}$ si $n_1 \approx n_2 \Rightarrow$ seul mode $p=0$ se propage

3 - Dispersion.

Calculons τ_p = temps mis par un plan d'onde p pour parcourir la distance L le long de l'axe de la fibre.

Ce plan d'onde se propage à la vitesse de phase $v_p = \frac{c}{n_2}$

Mais en vrai, il parcourt la distance $L_p = \frac{L}{\cos \theta_p}$

$$\Rightarrow \tau_p = \frac{L_p}{v_p} = \frac{L n_1}{\cos \theta_p \cdot c} = \frac{L}{v_p} \quad \text{avec} \quad v_p = \frac{c}{n} \cos \theta_p \quad \begin{matrix} \text{la vitesse} \\ \text{effective de} \\ \text{propagation du mode } p. \end{matrix}$$

Or v_p dépend de $p \Rightarrow A/w$ fixé $\Rightarrow$ la vitesse de l'onde effective est $\neq$ suivant le mode par lequel se propage $\Rightarrow$ dispersion liée au mode p .

$\hookrightarrow w = \frac{2\pi c}{\lambda} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{2\pi c}{w}} \Rightarrow$ en remplaçant λ et ces v_p dans v_p

$\boxed{v_p = \frac{c}{n} \sqrt{1 - \frac{c^2}{w^2} \frac{p^2 \pi^2}{a^2}}} \Rightarrow$ dépend de $w \Rightarrow$ dispersion
 $\left(v_p = \frac{c}{n} \sqrt{1 - \frac{w c^2}{w^4}} \right)$

Il y a donc 2 types de dispersion:

$\rightarrow$ A w fixé, 2 OPH portées par 2 modes différents vont avoir une vitesse effective $\neq$ (à cause des α): dispersion intermodale.
 $\hookrightarrow$ cette dispersion n'est pas due au milieu de propagation.

$\rightarrow$ Loi de Cauchy $n = A + \frac{B}{\lambda^2} \Rightarrow$ à p fixé, pour 2 OPH de $\lambda/w \neq \Rightarrow$ 2 vitesses effectives $\neq$: dispersion intramodale.
 $\hookrightarrow$ dispersion due aux propriétés intrinsèques du milieu $\oplus \alpha$ du milieu.

Rmq: l'existence des modes $\Rightarrow$ dispersion $\Rightarrow$ limite le transport de l'information.
 $\Rightarrow$ contrôle du nbres de modes est une importance technologique.

Or on a vu $\ast \oplus a \searrow \Rightarrow$ nbre mode $\searrow \Rightarrow$ on peut faire une fibre avec a de sorte à avoir que $p=0 \Rightarrow$ fibre monomode

$\ast$ Si n varie $\Rightarrow$ on se rapproche de $p=0$

$\hookrightarrow$ $\emptyset$ possible par fibre à saut d'indice mais $\exists$ fibres à gradient d'indice (coefficient variable)

Expe fibre acoustique: par poutre analogue.

$\rightarrow$ Montrer que guidage permet de perdre $\emptyset$ d'E

$\rightarrow$ Montrer dispersion intramodale

$\hookrightarrow$ on voit $\emptyset$ ou $\emptyset$ de modes suivant $\emptyset$

$\hookrightarrow$ quand $a \searrow$ on voit $\emptyset$ de modes.

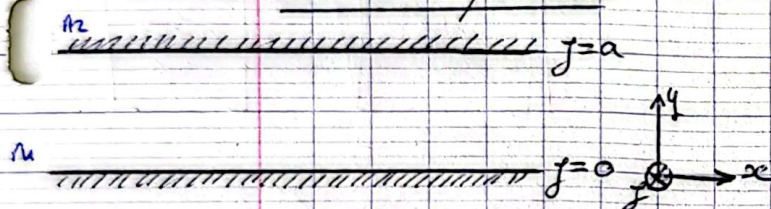
$\rightarrow$ Mesure des vitesses v_p

Bilan des spécificités de la propagat° guidée / à la libre :

- CL $\Rightarrow$ confinement onde dans région restreinte de l'espace d'une onde
 - $\oplus$ le guidage de sa propagation dans 1 direct° choisie.
 - $\hookrightarrow$ modes discrets de propagation
 - $\bullet$ à chaque mode $\exists$

II - Guidage d'ondes électromagnétiques. Objectif : passer de l'approche quant de section précédente à formulation quant avec EM

1. Poser le problème



Modèle simplifié :

- * Onde EM dans le vide $n=1$
- * entre 2 plans conducteurs $\Rightarrow$
- $\Rightarrow$ réflexion totale (p transmission)

Rappel : relations de passage des milieux conducteurs

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n} \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \wedge \vec{n} \vec{n}$$

densité surfacique de charges (Cm^{-2}) le vecteur densité de courant surfacique (Am^{-1})

Hyp: conducteur parfait $\Rightarrow$ champs E et $B = 0$ à l'intérieur (mais des courants et charges peuvent $\exists$ à surface)

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow \text{Continuité composante normale } \vec{B} \Rightarrow \underline{B_y(y=a) = B_y(y=0) = 0} \\ \Rightarrow \text{tangentielle } \vec{E} \Rightarrow \underline{E_x(y=a) = E_x(y=0) = 0} \\ \underline{E_y(y=a) = E_y(y=0) = 0} \end{array} \right\} \text{CL}$$

On se place dans le vide $\Rightarrow$ eq de propagation = eq de d'Alembert

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

Rmq: $\hat{c}$ milieu de propagat° $\Rightarrow$ CL ne jait pas de eq de propagation.

- Propagation selon $\vec{e}_z$ dans le guide plan.
- Syst invariant par translation selon $\vec{e}_y \Rightarrow$ champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ indep de y
 $\Rightarrow$ On peut réécrire les eq de Maxwell:

$$\underline{\text{MG:}} \quad \text{div } \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

$$\underline{\text{MT:}} \quad \text{div } \vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

$$\underline{\text{MF:}} \quad \text{rot } \vec{E} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial E_z}{\partial y} \\ \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial t} \\ \frac{\partial B_y}{\partial t} \\ \frac{\partial B_z}{\partial t} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\text{MA:}} \quad \text{rot } \vec{B} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial B_z}{\partial y} \\ \frac{\partial B_x}{\partial y} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} \end{bmatrix} = \frac{1}{c^2} \begin{bmatrix} \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ Rmq: toutes les composantes des champs ne sont pas couplées entre elles

$\hookrightarrow$ Decouplage des composantes des champs en 2 groupes:

- ① (E_y, B_x, B_z) : groupe transverse électrique (TE)
 - ② (B_y, E_x, E_z) : groupe transverse magnétique (TM)
- } modes de propagation indépendants.

- ① TE car le champ $\vec{E}$ d'une onde du groupe TE est transverse à la direction de propagation ($\vec{e}_z$)
 $\hookrightarrow$ (prop selon $\vec{e}_z$)
- ② TM B TM

Rmq: * Pour chaque groupe, si on connaît la composante du champ transverse $\Rightarrow$ on peut déterminer celles du champ non transverse cad si on connaît

- $E_y \Rightarrow$ on détermine B_x et B_z
- $B_y \Rightarrow$ on détermine E_x et E_z

} car 2 eq les relient.

(* a priori une onde TE n'est pas TM et réciproquement)

* Linéarité du problème (eq de l'Al + CL) $\Rightarrow$ étude des groupes TE et TM séparément $\Rightarrow$ on obtient l'ensemble des sol par combinaisons linéaires.

* Linéarité en temps $\Rightarrow$ recherche de modes c'est ondes harmoniques.

* Les modes TE et TM forment b'as une base des modes de propagation d'un guide d'onde univo.

$\hookrightarrow$ Sol générale = superposition des modes TE et TM.

(* mode hybride = combi linéaire TE+TM).

* TE et TM jouent des rôles symétriques $\Rightarrow$ étude juste du mode TE.

2. Etude d'un mode TE

On cherche le champ $\vec{E}$ sous la forme d'une onde progressive dans la direction de propagation x Δ à une onde plane.

$$\vec{E} = \vec{E}(x, y, t) = E(y) \cos(\beta x - \omega t) \vec{e}_y$$

Rate progressive de l'onde caractérisée par la constante de propagation β
 $=$ analogue au vecteur d'onde

$\hookrightarrow$ période spatiale de l'onde dans direction de propagation

$=$ longueur d'onde guidée $\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta}$

Champ $\vec{E}$ associé $\vec{E}(x, y, t) = E(y) e^{i(\beta x - \omega t)} \vec{e}_y$ doit vérifier eq d'Al + CL ($\Rightarrow E=0$)

$$\text{Eq d'Al} \Rightarrow \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \text{le } \vec{e}_y : -\beta^2 E(y) e^{i(\beta x - \omega t)} + \frac{d^2 E}{dy^2} e^{i(\beta x - \omega t)} + \frac{\omega^2}{c^2} E(y) e^{i(\beta x - \omega t)} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2 E}{dy^2} + \underbrace{\left(\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2 \right)}_{K^2} E(y) = 0} \quad (1)$$

Nature des sol dépend du signe de K^2 :

- Si $K^2 < 0$: sol en Σ expo réelles, qui ne peut pas s'annuler 2 fois à moins d'être identiquement nulles.
- Si $K^2 = 0$: sol = jet affine, qui ne s'annule pas
- Si $K^2 > 0$: sol = Σ cos et sin qui peut s'annuler 2 fois
 $\hookrightarrow$ sol propagative intéressante

$\hookrightarrow$ sol de eq diff (1) $E(y) = A \cos(Ky) + B \sin(Ky)$

A et B à déterminer avec CL $\begin{cases} E(y=0) = 0 \\ E(y=a) = 0 \end{cases} \Rightarrow A = 0$
 $\Rightarrow Ka = p\pi$ avec $p \in \mathbb{N}^*$

(2) $\Rightarrow \boxed{\vec{E}_p = E_{0p} \sin\left(\frac{p\pi}{a} y\right) e^{i(\beta x - \omega t)}} \vec{e}_y$ $\rightarrow$ modes de guide TE entièrement caractérisés par $p \in \mathbb{N}^*$. mode particulier TE_p

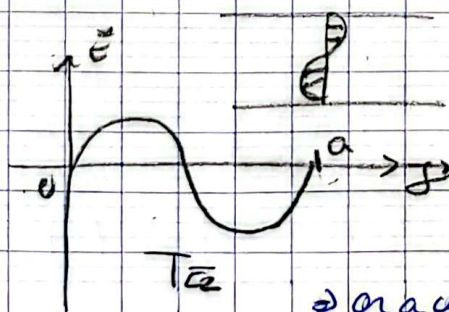
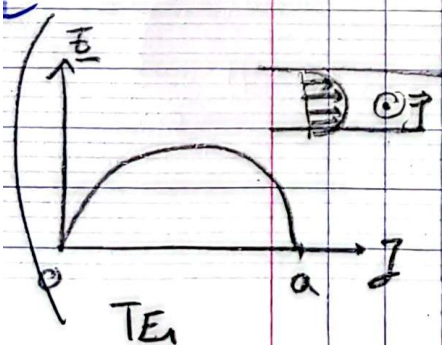
Rmq: avec formule trig on peut écrire:

$$\vec{E}_p = \frac{1}{2} E_{0p} \left[\sin\left(\beta x + \frac{p\pi}{a} y - \omega t\right) + \sin\left(\beta x - \frac{p\pi}{a} y - \omega t\right) \right] \vec{e}_y$$

On reconnaît Σ de 2 OPH avec $\begin{cases} \vec{k}_{p,p} = \beta \vec{u} + \frac{p\pi}{a} \vec{e}_y \\ \vec{k}_{-p,p} = \beta \vec{u} - \frac{p\pi}{a} \vec{e}_y \end{cases}$

$\Rightarrow$ On peut écrire $\vec{E}_p = E_{0p} \left[\sin(\vec{k}_{p,p} \cdot \vec{r} - \omega t) + \sin(\vec{k}_{-p,p} \cdot \vec{r} - \omega t) \right] \vec{e}_y = \vec{E}_{up} + \vec{E}_{-p}$

$\Rightarrow$ Champ E dans guide $\hat{=}$ superposition de 2 OPH de valeurs d'ondes $\vec{k}_{up}, \vec{k}_{-p}$
 $\vec{k}_{up}$ et $\vec{k}_{-p}$ m composante selon $\vec{e}_x$ mais opposée selon $\vec{e}_y \Rightarrow$ ils s'annulent l'un l'autre par réflexion sur les parois du guide $\Rightarrow$ m ingénieur que mode géométrique.



* ϕ onde plane car amplitude varie sinusoidalement dans le plan des x et y
 $\Rightarrow$ on a une forme stationnaire dans direction transverse (noeud, ventre)

3. Dispersion et aspect énergétique

On injecte (ω) dans cq de cl $\Rightarrow -\beta^2 - \left(\frac{p\pi}{a}\right)^2 - \frac{1}{c^2}(-\omega^2) = 0$

$\Rightarrow$ Relation de dispersion $\boxed{\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2 = \left(\frac{p\pi}{a}\right)^2}$

* pour 1 freq donnée, un onde peut se propager que dans 1 nombre fini de modes
= dispersion intramodale

$\Rightarrow$ On a rendu le vide qui est un milieu non dispersif en milieu dispersif en injectant des cl .

* Si on s'intéresse à la propagation de 1 mode (p fixe) : propagation possible que si $\beta \in \mathbb{R} \Rightarrow \beta^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \left(\frac{p\pi}{a}\right)^2 > 0$

$\Rightarrow \boxed{\omega > \frac{p\pi}{a}c = \omega_{c,p}}$ pulsation de coupure basse du mode p

Le comportement d'un filtre passe haut

ex : $p=1$, $a=5\text{ mm} \Rightarrow \omega_{c,1} = 1,23 \cdot 10^{11} \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow f_{c,1} = 30 \text{ GHz}$

• si on veut guider $30\text{ GHz} \Rightarrow$ au centaine km $\Rightarrow$ on a des bornes fréquences

$\Rightarrow$ Guide doit être adapté à l'onde qu'on souhaite guider.

* à p fixe : 2 ondes de $\omega \neq$ n'ont pas m même effective de propagation
 $\Rightarrow$ dispersion intramodale (ici uniquement due aux cl)

$\left(v_{cl} = \frac{\omega}{\beta}\right) \quad v_{g,p} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{c,p}}{\omega}\right)^2}} > c \quad \text{et} \quad v_{g,p} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{c,p}}{\omega}\right)^2} < c$

* $\omega_{c,1} < \omega < \omega_{c,2}$: guide monomode = que le fondamental se propage
($\exists$ que dispersion intramodale)

$\omega_{c,p} < \omega < \omega_{c,p+1}$: guide multimode $\Rightarrow$ onde propagée par p modes
($\exists$ les 2 dispersions).

* Calcul de champ B associé au mode TE_p pour déterminer complètement la structure de l'onde

$$\Delta \vec{B} \neq \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \text{ car onde plane}$$

$$\Rightarrow \text{Avec eq HF rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial x} \vec{e}_x - \frac{\partial E_x}{\partial x} \vec{e}_y$$

↳ On injecte (2) pour en intégrer / temps

$$\vec{B} = -E_0 p \frac{p\pi}{a\omega} \cos\left(\frac{p\pi}{a}y\right) \sin(\beta x - \omega t) \vec{e}_x + \frac{\beta}{\omega} E_0 p \sin\left(\frac{p\pi}{a}y\right) \cos(\beta x - \omega t) \vec{e}_y$$

(Onde ϕ transverse car $B_x \neq 0$ qd $p \neq 0 \Rightarrow$ CL modifient considérablement structure de l'onde $\Rightarrow$ structure ne dépend p que du milieu de propagation.)

* Vecteur de Poynting $\vec{\Pi}_p = \frac{\vec{E}_p \wedge \vec{B}_p}{\mu_0} \Rightarrow \langle \vec{\Pi}_p \rangle = \frac{E_0^2 \beta}{2\mu_0 \omega} \sin^2\left(\frac{p\pi}{a}y\right) \vec{e}_x$

↳ Composante sur $\vec{e}_y$ a une contribution nulle $\Rightarrow E$ et B_z en quadrature

↳ Seule composante selon x contribue au transport de l'E dans sens de la propagation guidée (E et B_y en ϕ)

$\Rightarrow$ L'énergie se propage sans atténuation dans le guide.

Rmq: Résultats analogues pour mode TM avec $\vec{n}$ relation de dispersion (juste 3 ondes par $p=0$)

↳ Mode TEM et extension au guide d'onde rectangulaire

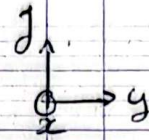
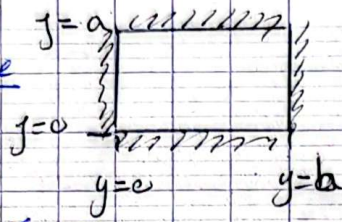
* Mode TEM (Transverse Electro-magnétique): $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont orthogonaux à direct° de propagat°

→ propagat° possible si 2 conducteurs $\neq$

→ vérifie b'ns propagat° relation dispersion des ondes planes dans 1 milieu illimité
 $\omega = \beta v_0(\omega)$ (Δ onde TEM ϕ forcément plane)

→ lorsqu'il $\exists$, mode TEM est unique.

* Guide d'onde rectangulaire



Propagat° selon $\vec{x}$

→ On rajoute la direction de confinement → on rajoute des CL

→ Chaque mode est caractérisé par 2 indices : TE_{pq} et TM_{pq} avec p et q s'ajoutent simultanément.

→ $\exists$ mode TEM

→ Relation de dispersion pour mode TE_{pq} et TM_{pq}
$$\beta^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \left(\frac{p\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{q\pi}{b}\right)^2$$

→ Application au bon hautefréquence $a \approx 10\text{ cm}$ $b \approx 2\text{ cm}$
monomode si : $\left(\frac{\pi}{b}\right)^2 \leq \frac{\omega^2}{c^2} \leq \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \Rightarrow 7,5\text{ GHz} \leq f \leq 16,8\text{ GHz}$

→ domaine de freq accessible à la diode Gunn (8,5 à 11 GHz)

* Câble coax : 2 conducteurs → propagation mode TEM
relat° dispers° $\beta = \frac{\omega}{c}$ → mode fondamental sans dispersion pour $f \ll 10\text{ THz}$

CONCLUSION

→ Même dans le vide, les CL → dispersion.

→ Guidage = dans une direction particulière à l'onde en conservant son E

→ Pour limiter impact dispersion, on se place dans modes fondamentaux → guide monomode

($\exists$ freq coupure où en dessous aucun signal ne peut être transmis)

→ Applications : fibre optique, câble coax